

Miss Numbers

J'ai envoyé le message suivant à la liste SeqFan le 18 février dernier (traduction française *infra*) :

> Hello SeqFans,

35,32,27,24,22,20,13,11,7,5,3,1,1,0

35 hits 0 when successively subtracting its own "digit-trail":

```
a b c
35-3=32
32-5=27
27-3=24
24-2=22
22-2=20
20-7=13
13-2=11
11-4= 7
 7-2= 5
 5-2= 3
 3-2= 1
 1-0= 1
 1-1= 0 <- hit
```

You'll get column b reading column a digit by digit.

1) What would be the sequence S of such "hitting-zero" integers? I guess S starts like this:
S = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,19,20,22,...

2) Given an integer I, is it possible to say if I is part of S without computing every term of its "digit-trail"?

Best,
É.

[En français]

Pour qu'un entier comme 35 génère une suite de nombres tendant vers zéro, il suffit de soustraire à 35 le premier chiffre de la suite (3), puis au nombre obtenu le deuxième chiffre de la suite (5), puis au nombre obtenu le troisième chiffre de la suite (3), etc. On s'arrête quand la soustraction est impossible (le résultat serait négatif). En voici l'illustration (la colonne "b" ci-dessous est la colonne "a" lue chiffre par chiffre) :

```
a b c
35-3=32
32-5=27
27-3=24
24-2=22
22-2=20
20-7=13
13-2=11
11-4= 7
 7-2= 5
 5-2= 3
 3-2= 1
 1-0= 1
 1-1= 0
```

On voit que la suite issue de 35 passe exactement par zéro. Quels sont les autres entiers présentant cette particularité ? Voici la réponse de **Hans Havermann** parue sur la liste [SeqFans](#) (j'avais reçu en privé la même liste calculée par **Maximilian Hasler** quelques heures auparavant) :

```
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 19, 20, 22, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 43, 44, 46, 52, 53, 59, 62, 64, 65, 68, 74,
77, 79, 82, 83, 88, 100, 105, 119, 121, 147, 150, 154, 159, 161, 162, 164, 178, 183, 186, 187, 192, 193, 196,
198, 208, 209, 214, 219, 220, 231, 233, 238, 243, 244, 257, 269, 278, 280, 290, 294, 298, 305, 313, 314, 315, 318,
321, 326, 331, 336, 341, 342, 350, 354, 358, 360, 366, 367, 368, 372, 373, 374, 377, 379, 386, 394, 396, 402, 403,
416, 424, 426, 427, 429, 430, 431, 443, 445, 448, 452, 456, 457, 465, 466, 468, 469, 471, 472, 474, 475, 484, 486,
487, 494, 497, 498, 503, 509, 510, 512, 518, 522, 523, 526, 528, 529, 536, 543, 546, 550, 555, 558, 568, 571, 582,
598, 600, 602, 604, 608, 609, 611, 615, 616, 620, 627, 629, 631, 636, 642, 650, 651, 656, 657, 658, 659, 666, 668,
672, 674, 680, 683, 684, 688, 689, 691, 696, 706, 707, 712, 715, 718, 740, 747, 754, 756, 757, 762, 763, 775, 785,
788, 794, 795, 803, 804, 809, 816, 818, 819, 824, 831, 840, 844, 854, 858, 863, 872, 874, 877, 889, 892, 899, 905,
906, 911, 915, 918, 921, 922, 933, 934, 935, 942, 944, 948, 954, 956, 957, 960, 964, 966, 971, 976, 979, 980, 994,
1006, 1008, 1009, 1010, 1012, 1018, 1020, 1028, 1033, 1043, 1060, 1080, 1086, 1089, 1098, 1098, 1107, 1121, 1123, 1132,
1133, 1143, 1145, 1153, 1160, 1165, 1169, 1170, 1171, 1174, 1175, 1181, 1186, 1191, 1195, 1196, 1197, 1199, 1200,
1204, 1206, 1215, 1218, 1235, 1237, 1241, 1245, 1252, 1257, 1265, 1268, 1271, 1282, 1285, 1289, 1297, 1306, 1310,
1332, 1341, 1343, 1354, 1355, 1356, 1359, 1365, 1371, 1387, 1392, 1400, 1401, 1404, 1409, 1413, 1421, 1422, 1424,
1431, 1433, 1436, 1442, 1445, 1447, 1454, 1456, 1459, 1462, 1464, 1466, 1467, 1468, 1476, 1478, 1481, 1482, 1484,
1485, 1488, 1490, 1495, 1496, 1500, 1505, 1511, 1514, 1517, 1523, 1525, 1531, 1535, 1541, 1543, 1547, 1549, 1551,
1552, 1554, 1564, 1566, 1571, 1574, 1576, 1578, 1580, 1582, 1584, 1585, 1586, 1588, 1589, 1593, 1597, 1598, 1600,
1601, 1602, 1603, 1606, 1608, 1619, 1624, 1626, 1630, 1632, 1636, 1637, 1642, 1646, 1648, 1649, 1652, 1661, 1663,
1664, 1666, 1668, 1669, 1670, 1672, 1673, 1675, 1679, 1680, 1685, 1686, 1687, 1690, 1695, 1697, 1703, 1704, 1705,
1709, 1710, 1713, 1716, 1719, 1722, 1725, 1726, 1727, 1734, 1739, 1740, 1741, 1743, 1744, 1748, 1750, 1752, 1754,
1761, 1764, 1768, 1774, 1778, 1792, 1793, 1796, 1798, 1799, 1800, 1814, 1817, 1819, 1823, 1824, 1829, 1830, 1832,
1840, 1845, 1846, 1847, 1848, 1853, 1856, 1857, 1858, 1861, 1862, 1868, 1869, 1871, 1872, 1876, 1882, 1883, 1890,
```

1894, 1895, 1901, 1905, 1914, 1918, 1919, 1922, 1926, 1927, 1930, 1931, 1932, 1933, 1937, 1944, 1948, 1955, 1957, 1961, 1966, 1968, 1974, 1977, 1978, 1980, 1981, 1982, 1983, 1985, 1987, 1988, 1991, 1993, 1997, 2000, 2002, 2003, 2007, 2012, 2015, 2016, 2019, 2020, 2024, 2026, 2028, 2031, 2034, 2039, 2048, 2061, 2067, 2073, 2075, 2083, 2084, 2088, 2093, 2095, 2098, 2111, 2115, 2118, 2121, 2126, 2127, 2133, 2152, 2155, 2157, 2158, 2159, 2165, 2171, 2176, 2186, 2190, 2193, 2195, 2196, 2201, 2204, 2212, 2217, 2233, 2236, 2242, 2243, 2257, 2258, 2269, 2270, 2274, 2275, 2282, 2288, 2296, 2297, 2302, 2308, 2315, 2322, 2325, 2326, 2332, 2335, 2340, 2359, 2372, 2373, 2387, 2395, 2398, 2404, 2408, 2415, 2417, 2445, 2449, 2452, 2457, 2463, 2464, 2466, 2483, 2486, 2488, 2494, 2495, 2496, 2507, 2510, 2511, 2515, 2520, 2521, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2540, 2541, 2544, 2558, 2563, 2573, 2577, 2583, 2584, 2586, 2598, 2617, 2621, 2625, 2627, 2629, 2634, 2639, 2653, 2672, 2673, 2675, 2683, 2688, 2691, 2696, 2698, 2699, 2702, 2704, 2711, 2716, 2723, 2724, 2727, 2733, 2734, 2739, 2741, 2742, 2745, 2753, 2754, 2756, 2766, 2767, 2773, 2774, 2777, 2781, 2785, 2789, 2794, 2797, 2804, 2807, 2813, 2818, 2823, 2833, 2847, 2850, 2856, 2858, 2859, 2865, 2868, 2869, 2870, 2872, 2875, 2883, 2901, 2903, 2905, 2908, 2915, 2920, 2924, 2927, 2928, 2932, 2940, 2941, 2942, 2943, 2947, 2953, 2958, 2966, 2967, 2971, 2972, 2975, 2976, 2979, 2983, 2990, 2991, 2993, 3008, 3014, 3017, 3020, 3022, 3026, 3031, 3035, 3036, 3040, 3041, 3046, 3054, 3057, 3058, 3060, 3069, 3070, 3082, 3085, 3087, 3089, 3090, 3091, 3094, 3097, 3102, 3103, 3112, 3115, 3116, 3117, 3122, 3123, 3127, 3128, 3129, 3132, 3137, 3140, 3155, 3161, 3162, 3165, 3167, 3174, 3181, 3182, 3188, 3190, 3191, 3192, 3201, 3203, 3210, 3220, 3227, 3241, 3242, 3244, 3254, 3269, 3273, 3276, 3277, 3281, 3282, 3283, 3290, 3302, 3303, 3307, 3309, 3322, 3328, 3329, 3333, 3337, 3346, 3348, 3349, 3356, 3357, 3358, 3361, 3362, 3365, 3366, 3367, 3368, 3370, 3373, 3375, 3376, 3383, 3385, 3387, 3393, 3396, 3398, 3399, 3401, 3408, 3411, 3422, 3428, 3430, 3431, 3437, 3442, 3448, 3452, 3455, 3456, 3457, 3462, 3463, 3465, 3467, 3468, 3473, 3478, 3480, 3490, 3491, 3506, 3510, 3513, 3514, 3516, 3529, 3539, 3544, 3546, 3551, 3554, 3558, 3562, 3565, 3582, 3583, 3585, 3591, 3594, 3595, 3604, 3605, 3608, 3621, 3627, 3629, 3630, 3631, 3633, 3639, 3641, 3646, 3657, 3658, 3660, 3668, 3678, 3680, 3686, 3688, 3694, 3700, 3701, 3703, 3705, 3708, 3711, 3713, 3714, 3717, 3719, 3727, 3728, 3738, 3746, 3747, 3751, 3754, 3759, 3762, 3771, 3779, 3783, 3795, 3796, 3797, 3798, 3799, 3801, 3802, 3805, 3816, 3818, 3819, 3820, 3822, 3830, 3836, 3842, 3847, 3848, 3852, 3858, 3861, 3866, 3868, 3879, 3881, 3884, 3886, 3890, 3893, 3895, 3902, 3909, 3916, 3917, 3930, 3931, 3940, 3942, 3946, 3957, 3961, 3971, 3972, 3973, 3981, 3984, 3986, 3993, 3995, 3996, 3998, 4001, 4003, 4008, 4014, 4026, 4027, 4029, 4039, 4045, 4057, 4085, 4092, 4107, 4112, 4117, 4126, 4134, 4135, 4148, 4151, 4154, 4157, 4162, 4163, 4168, 4169, 4174, 4176, 4179, 4183, 4188, 4189, 4193, 4197, 4201, 4205, 4206, 4210, 4211, 4221, 4226, 4230, 4234, 4243, 4248, 4250, 4251, 4258, 4266, 4275, 4277, 4284, 4287, 4288, 4306, 4313, 4320, 4325, 4326, 4327, 4333, 4343, 4346, 4349, 4351, 4354, 4357, 4362, 4367, 4371, 4375, 4377, 4385, 4387, 4388, 4401, 4410, 4414, 4420, 4421, 4424, 4426, 4431, 4438, 4439, 4441, 4443, 4454, 4455, 4461, 4463, 4464, 4467, 4469, 4477, 4480, 4484, 4487, 4490, 4491, 4496, 4497, 4498, 4500, 4505, 4508, 4509, 4510, 4515, 4516, 4517, 4519, 4524, 4526, 4530, 4533, 4541, 4548, 4550, 4558, 4560, 4573, 4580, 4582, 4585, 4592, 4595, 4597, 4618, 4619, 4622, 4623, 4628, 4633, 4635, 4646, 4647, 4649, 4651, 4652, 4655, 4657, 4662, 4663, 4667, 4672, 4679, 4683, 4695, 4700, 4701, 4703, 4704, 4705, 4711, 4712, 4714, 4715, 4716, 4718, 4720, 4722, 4725, 4726, 4731, 4732, 4733, 4734, 4738, 4749, 4751, 4757, 4759, 4763, 4765, 4767, 4768, 4777, 4779, 4789, 4797, 4799, 4801, 4803, 4809, 4818, 4821, 4824, 4830, 4832, 4833, 4834, 4835, 4840, 4844, 4847, 4854, 4856, 4860, 4862, 4863, 4870, 4877, 4886, 4887, 4889, 4894, 4899, 4905, 4910, 4920, 4928, 4932, 4937, 4941, 4944, 4949, 4951, 4954, 4955, 4956, 4958, 4967, 4978, 4981, 5001, 5006, 5007, 5013, 5015, 5025, 5028, 5032, 5036, 5044, 5054, 5060, 5066, 5067, 5073, 5074, 5080, 5081, 5084, 5085, 5088, 5093, 5094, 5095, 5104, 5110, 5113, 5121, 5126, 5128, 5130, 5134, 5139, 5149, 5160, 5163, 5167, 5171, 5184, 5191, 5194, 5201, 5202, 5217, 5224, 5225, 5228, 5233, 5243, 5246, 5248, 5252, 5259, 5260, 5261, 5265, 5267, 5268, 5277, 5281, 5284, 5286, 5291, 5292, 5297, 5304, 5310, 5312, 5317, 5323, 5328, 5330, 5332, 5344, 5351, 5365, 5369, 5370, 5374, 5389, 5398, 5400, 5407, 5414, 5415, 5419, 5421, 5427, 5439, 5440, 5441, 5443, 5450, 5460, 5461, 5465, 5471, 5472, 5473, 5474, 5477, 5480, 5483, 5484, 5497, 5498, 5502, 5503, 5504, 5505, 5508, 5509, 5511, 5515, 5518, 5523, 5525, 5527, 5531, 5537, 5539, 5541, 5543, 5547, 5548, 5549, 5555, 5559, 5560, 5562, 5568, 5570, 5571, 5574, 5582, 5584, 5587, 5598, 5601, 5605, 5606, 5607, 5608, 5612, 5616, 5619, 5622, 5626, 5629, 5630, 5633, 5638, 5639, 5641, 5646, 5647, 5648, 5649, 5657, 5659, 5660, 5664, 5665, 5666, 5667, 5670, 5677, 5679, 5681, 5683, 5689, 5690, 5692, 5695, 5699, 5701, 5705, 5708, 5709, 5710, 5711, 5715, 5724, 5725, 5726, 5728, 5734, 5737, 5739, 5742, 5745, 5746, 5749, 5755, 5760, 5772, 5776, 5777, 5779, 5782, 5789, 5795, 5799, 5803, 5805, 5818, 5820, 5821, 5824, 5830, 5831, 5832, 5836, 5838, 5840, 5845, 5847, 5849, 5850, 5855, 5856, 5857, 5858, 5866, 5880, 5882, 5884, 5890, 5892, 5893, 5900, 5904, 5911, 5913, 5914, 5918, 5920, 5924, 5925, 5933, 5934, 5939, 5940, 5941, 5946, 5953, 5955, 5959, 5961, 5966, 5967, 5968, 5969, 5987, 5993, 5996, 6013, 6015, 6019, 6020, 6024, 6027, 6031, 6034, 6036, 6047, 6056, 6063, 6066, 6073, 6074, 6077, 6103, 6106, 6118, 6122, 6123, 6134, 6139, 6146, 6155, 6158, 6161, 6164, 6173, 6178, 6179, 6181, 6184, 6193, 6197, 6205, 6212, 6213, 6214, 6223, 6230, 6235, 6239, 6248, 6253, 6264, 6271, 6275, 6280, 6282, 6288, 6289, 6290, 6303, 6304, 6312, 6322, 6324, 6330, 6332, 6343, 6346, 6352, 6353, 6355, 6357, 6358, 6368, 6369, 6377, 6384, 6388, 6404, 6415, 6423, 6426, 6431, 6437, 6440, 6447, 6455, 6459, 6462, 6463, 6466, 6475, 6479, 6487, 6488, 6490, 6495, 6498, 6499, 6510, 6513, 6516, 6520, 6522, 6532, 6545, 6549, 6560, 6567, 6577, 6591, 6592, 6596, 6604, 6610, 6624, 6632, 6634, 6635, 6644, 6649, 6658, 6671, 6674, 6676, 6677, 6678, 6681, 6687, 6689, 6694, 6707, 6716, 6720, 6724, 6725, 6726, 6733, 6738, 6741, 6748, 6752, 6756, 6781, 6782, 6788, 6790, 6795, 6806, 6809, 6810, 6812, 6813, 6817, 6818, 6826, 6831, 6832, 6834, 6837, 6846, 6851, 6853, 6857, 6860, 6864, 6865, 6874, 6879, 6885, 6894, 6897, 6898, 6903, 6905, 6906, 6911, 6914, 6918, 6924, 6927, 6928, 6929, 6939, 6959, 6962, 6969, 6976, 6982, 6984, 6989, 6995, 6996, 7027, 7033, 7043, 7044, 7055, 7064, 7065, 7069, 7070, 7073, 7077, 7079, 7082, 7086, 7087, 7093, 7097, 7098, 7106, 7109, 7115, 7116, 7117, 7119, 7120, 7121, 7132, 7133, 7135, 7137, 7151, 7153, 7154, 7159, 7163, 7165, 7167, 7169, 7171, 7179, 7181, 7185, 7189, 7202, 7205, 7206, 7208, 7211, 7214, 7223, 7234, 7237, 7243, 7247, 7248, 7249, 7258, 7259, 7262, 7268, 7270, 7275, 7276, 7282, 7285, 7289, 7295, 7298, 7302, 7316, 7319, 7326, 7328, 7331, 7333, 7338, 7342, 7348, 7353, 7358, 7373, 7375, 7389, 7394, 7398, 7400, 7403, 7410, 7425, 7428, 7434, 7442, 7456, 7461, 7465, 7479, 7489, 7491, 7498, 7501, 7506, 7513, 7537, 7546, 7553, 7562, 7574, 7581, 7585, 7586, 7589, 7598, 7600, 7601, 7606, 7607, 7612, 7620, 7628, 7629, 7634, 7639, 7642, 7648, 7652, 7662, 7664, 7670, 7675, 7676, 7680, 7688, 7690, 7691, 7699, 7703, 7708, 7714, 7720, 7721, 7734, 7735, 7738, 7750, 7754, 7764, 7765, 7766, 7785, 7794, 7796, 7797, 7803, 7806, 7817, 7820, 7822, 7823, 7826, 7834, 7850, 7857, 7861, 7871, 7876, 7879, 7887, 7889, 7893, 7894, 7899, 7906, 7916, 7933, 7939, 7940, 7941, 7953, 7954, 7969, 7973, 7975, 7979, 7984, 7988, 7996, 7997, 8003, 8008, 8022, 8027, 8034, 8038, 8046, 8054, 8056, 8059, 8062, 8063, 8065, 8071, 8080, 8084, 8094, 8097, 8099, 8101, 8110, 8112, 8115, 8118, 8126, 8134, 8137, 8161, 8178, 8179, 8181, 8182, 8189, 8192, 8194, 8195, 8202, 8206, 8208, 8215, 8220, 8229, 8231, 8233, 8234, 8244, 8245, 8246, 8247, 8248, 8250, 8258, 8260, 8261, 8265, 8270, 8271, 8278, 8282, 8285, 8289, 8301, 8303, 8308, 8320, 8321, 8332, 8336, 8342, 8343, 8352, 8357, 8359, 8364, 8372, 8373, 8379, 8381, 8388, 8393, 8395, 8409, 8412, 8415, 8417, 8419, 8424, 8430, 8439, 8444, 8445, 8448, 8458, 8461, 8481, 8486, 8500, 8502, 8506, 8518, 8524, 8528, 8531, 8545, 8546, 8548, 8555, 8572, 8580, 8585, 8586, 8592, 8595, 8598, 8601, 8611, 8612, 8618, 8623, 8625, 8627, 8629, 8637, 8639, 8643, 8655, 8658, 8660, 8663, 8665, 8674, 8675, 8676, 8684, 8692, 8700, 8701, 8704, 8716, 8722, 8727, 8728, 8732, 8734, 8743, 8747, 8751, 8760, 8769, 8772, 8776, 8787, 8789, 8793, 8800, 8804, 8805, 8812, 8818, 8819, 8821, 8822, 8832, 8833, 8834, 8838, 8840, 8844, 8847, 8852, 8864, 8876, 8879, 8881, 8882, 8884, 8887, 8889, 8894, 8902, 8903, 8915, 8933, 8934, 8937, 8941, 8945, 8947, 8950, 8952, 8959, 8960, 8966, 8969, 8977, 8984, 8996, 8997, 9002, 9003, 9013, 9015, 9016, 9021, 9024, 9028, 9031, 9041, 9043, 9045, 9055, 9057, 9086, 9092, 9095, 9097, 9099, 9102, 9103, 9106, 9110, 9111, 9122, 9123, 9129, 9135, 9140, 9143, 9147, 9150, 9163, 9166, 9169, 9170, 9175, 9180, 9184, 9187, 9189, 9210, 9211, 9214, 9217, 9218, 9223, 9234, 9239, 9249, 9254, 9255, 9274, 9283, 9287, 9289, 9290, 9299, 9309, 9313, 9314, 9322, 9335, 9340, 9341, 9352, 9361, 9362, 9373, 9388, 9402, 9409, 9430, 9447, 9464, 9470, 9473, 9493, 9511, 9513, 9520, 9521, 9525, 9531, 9541, 9544, 9547, 9567, 9580, 9588, 9591, 9597, 9604, 9615, 9616, 9618, 9631, 9637, 9641, 9656, 9659, 9662, 9663, 9677, 9680, 9684, 9686, 9695, 9709, 9710, 9713, 9722, 9724, 9726, 9729, 9731, 9735, 9738, 9742, 9743, 9745, 9748, 9754, 9757, 9771, 9776, 9777, 9779, 9786, 9798, 9804, 9808, 9813, 9818, 9829, 9835, 9850, 9860, 9862, 9867, 9870, 9876, 9877, 9883, 9886, 9907, 9913, 9916, 9917, 9927, 9929, 9935, 9940, 9945, 9950, 9951, 9954, 9957, 9959, 9961, 9963, 9964, 9965, 9975, 9976, 9992}

La suite des « Miss numbers » est désormais décrite [là](#).

Une généralisation de cette idée est due à **Hans Havermann** (à combien d'unités de zéro s'arrête la suite d'un

entier a(n) avant de basculer dans les nombres négatifs ?) Elle est illustrée [ici](#).

[Note] :

Il n'y a pas (à l'heure actuelle) de réponse à la question : peut-on déterminer si un entier est *0-miss* sans calculer tous les nombres de sa suite ?

Merci à **Maximilian Hasler** et **Hans Havermann** pour leur travail impeccable !

Mise à jour bissextile (29 février 2012) :

Hans Havermann a eu l'idée de poursuivre les soustractions de chiffres au-delà de la limite négative. Cela donne par exemple pour 12 :

```

12 - 1 = 11 <-- étape 1
11 - 2 = 9 <-- étape 2
9 - 1 = 8 <-- étape 3
8 - 1 = 7 <-- étape 4
7 - 9 = -2 <-- étape 5
-2 - 8 = -10 <-- étape 6
-10 - 7 = -17 <-- étape 7
-17 - (-2) = -15 <-- étape 8
-15 - (-1) = -14 <-- étape 9
-14 - (-0) = -14 <-- étape 10
-14 - (-1) = -13 <-- étape 11
-13 - (-7) = -6 <-- étape 12
-6 - (-1) = -5 <-- étape 13
-5 - (-5) = 0 <-- étape 14 « hit » !
0 - (-1) = 1
1 - (-4) = 5
5 - (-1) = 6
6 - (-4) = 10
10 - (-1) = 11
11 - (-3) = 14
14 - (-6) = 20
20 - (-5) = 25
25 - (-0) = 25
25 - 1 = 24
24 - 5 = 19
19 - 6 = 13
etc.

```

On assiste à une sorte de parcours en yo-yo, la suite engendrée par 12 entrant en territoire négatif, puis en sortant, y entrant à nouveau, etc. **Hans Havermann** a remarqué que le zéro était alors atteint par tous les nombres si on les autorisait ainsi à entrer en territoire négatif. Mieux : le zéro serait atteint une infinité de fois par tous les nombres supérieurs à 9 !

La suite **S** (placée [ici](#) dans l'OEIS) montre à quel moment l'entier a(n) touche ainsi son premier zéro :

```

a(n) = 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
S = 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3 48 14 76793 385 12 232 98 24 4 6 10952 8 ...

```

Elle se lit ainsi pour a(n) = 10, par exemple :

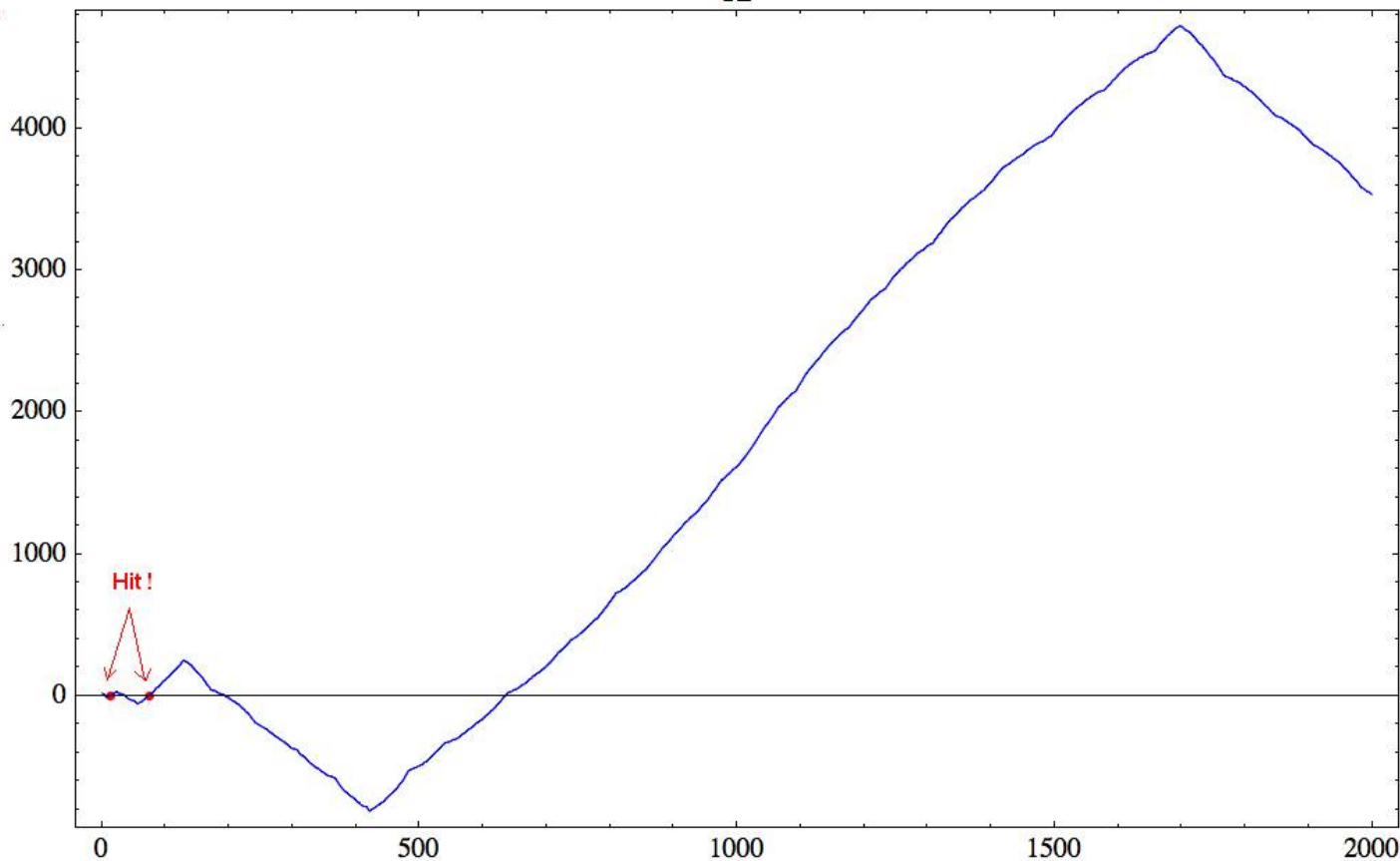
« Il faut 3 étapes à 10 pour toucher son premier zéro »

(En effet 10 produit 10,9,9,0 par soustractions successives de 1, 0 puis 9).

Pour 11 il faut 48 étapes et pour 12 il en faut 14 (détaillées ci-dessus, avec « hit » en face du premier zéro). Pour 13 il faut... 76793 soustractions successives de chiffres (positifs ou négatifs) avant de toucher zéro !

Voici le yo-yo graphique de 12 (merci à **Hans**) :

12



Les points rouges matérialisent les deux seuls zéros que touche 12 en 2000 étapes [l'axe des « x » compte les étapes et l'axe des « y » la hauteur ou la profondeur du parcours (en bleu)]. On notera que la ligne bleue peut couper l'axe horizontal de hauteur y = 0 SANS apparition d'un point rouge : entre les étapes 4 et 5 de 12, par exemple, il y a « passage de la ligne » SANS passage par zéro :

```

12 - 1 = 11 <-- étape 1
11 - 2 = 9  <-- étape 2
 9 - 1 = 8  <-- étape 3
 8 - 1 = 7  <-- étape 4
 7 - 9 = -2 <-- étape 5
-2 - 8 = -10 <-- étape 6
    
```

Hans Havermann fournit [ici](#) les diagrammes correspondant aux 100 premiers entiers. Qui parviendra à trouver le premier zéro de 23 ? Sa valeur semble supérieure à 400000000 (quatre cents millions)...

Hans a aussi calculé les premiers zéros des nombres 0 à 100 exprimés dans des bases allant de 2 (« two ») à 16 (« sixteen »), [ici](#). La plus grande valeur du tableau est 12111685419: elle correspond à l'entier 65 qui, exprimé en base 6 (« six »), demande plus de 12 milliards d'opérations avant qu'il touche son premier zéro ! [Les cases du tableau marquées d'un tiret « - » ont une valeur inconnue à l'heure actuelle, dont celle, en base 10, correspondant à l'entier 40] :

index	two	three	four	five	six	seven	eight	nine	ten	eleven	twelve	thirteen
fourteen												
0:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1:	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 2:	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 3:	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 4:	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 5:	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 6:	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 7:	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 8:	11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 9:	20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 10:	22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 11:	21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 12:	21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 13:	19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 14:	20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3 15:	20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
39		3	1									

16:	20	16	8	9	7	8	6	273	232	13	338	32
14		39	3									
17:	38	49	52	7	6	100	16	4	98	1451	25	115
2192		14	39									
18:	38	16	13	8	24372	4414	8	6	24	36	12	-
-	900776833		14									
19:	37	50	12	25	9	7	19	2225	4	22	5046	13
56		-	8935434522									
20:	45	18	13731	71	8	6	36936	8	6	6426011142	950	94
33578		471	426879									
21:	46	20	369	9	63	25	253	21	10952	4	-	2268
12		5241	27									
22:	41	19	76	24	28	9	7	39	8	6	23	-
24		13	-									
23:	41	74	20	8	23	8	6	17	575702095	34	4	-
22	1026979573		-									
24:	40	19	22	10	23	270	24	-	18	8	6	9612735775
-		90	12									
25:	38	19	25	9	9	666	9	7	82	46	35	4
101976		94366	-									
26:	43	84	86	15	25	292906	8	6	39	33730569	8	6
9141906023			77	14725								
27:	43	17	81	173	8	25	13	14204	16	43	23	621
4		718867	126									
28:	44	29	22	151	282034	12	30	9	7	32	20	8
6		54	5265609									
29:	44	27	24	54	36968	13	-	8	6	260	5846	23
8094340		4	21	1584	6510	40551	201	12	26	207	37	21
30:	45	42	21	1584	6510	40551	201	12	26	207	37	21
8		6	1290									
31:	44	37	73	114	33	166	27	13	9	7	43	19
23		685	4									
32:	37	3023696	73	677618179	12	83257249	245	68	8	6	89	39
21		8	6									
33:	67	37	18	21	982	33859	12	472	30	58	-	35
1264		23	2431									
34:	64	220	26	12109	26	57	13	26	12	9	7	4174
97		22	8									
35:	63	195	24	94	9591	4999	3981	26	13	8	6	36
-		48	23									
36:	83	234	321783	27	10	-	15	244	182	171	25	654
17		18	22	15320	16	254	33	78	449	29	9	7
37:	89	40	23	15320	16	254	33	78	449	29	9	7
3299		744	20									
38:	85	49	100	2272	255487	68	34	12	25	12	8	6
675		33	20966									
39:	86	49	100	26	3979	186	12	13	62	13	24497	9025
-		1251	41									
40:	84	47	120	106	166	13	265	330	-	825769	554	9
7		95	587									
41:	89	225	27	31	157	1519960239	30	15	31240376	59	138	8
6		16	107095									
42:	85	45	544	31	12605	397	31	30	410	53	12	35
61		3327	99									
43:	89	47	26	109	31	14	725	35	12	61	13	29
8		9	7	3233								
44:	85	1534	112	504	28	15	29	37	13	30	697217	150
8		6	85									
45:	88	44	28	111	105	90	12	14	105	82	65237676	-
21305		24	41	19076	22	13	-	15	15	179	605228	12
46:	82	258	120	19076	22	13	-	15	15	179	605228	12
75		9	7									
47:	82	250	111	28	22	1009	13	13	166	30	1920	13
67		8	6									
48:	78	42	28	33879567	31	1985	13	462093	6146	8760451204	34	-
28		229	56									
49:	79	48	121	2066	209297	13	38	14	33	13	32	1172
140		89	9									
50:	85	45	28	94	127	376695	14	40343236	42	331	33	161
12		28	8									
51:	87	266	29	22	203842	17	15	36	1177	15	152	26
13		-	732									
52:	87	45	4585	570	2476718	60	12	12	16	65	16	33
60		54	34									
53:	85	49	32	487	15757	16	97	33	13	35	43	709
-		7985826521	73									
54:	93	45	30	27	123	610	13	330	105	81	13	86
-		12	-									
55:	91	41	142	37	36	546122652	35	13	125	309474	100	676
-		13	62									
56:	89	51	28	498	217940	88	113	293	98	14	15	118
192		29	314									
57:	100	325	31	552	476	123	44	14	7810	15	552	17
34		363	-									
58:	93	53	31	138	3308	544	127	15	306	17	7313656009	48
31		24	12									
59:	96	311	29	31	22984	29	-	35	14	13	248	13
3359		60558	13									
60:	98	321	33	33	36	26	40	39	37	62020	42	1083
15		31	28									
61:	96	335	29	132	150	288	13	6819	97	108	33	15
105		910	-									
62:	91	56	131	130	152	361	36	13	13	393376945	-	27
1109		239	23									
63:	91	55	719	138	2899	490	12238210	378	-	41	57192	19224056
44		136621	1864									
64:	75	54	29	142	137	527	15	114	14	6306	-	233
13		44	30									
65:	116	60	189	144	12111685419	121	63	365	15	92	408	1236
4965		2257538	223									
66:	111	59	191	36	21726	639	18	118	41	18	48	-
15		16	14650									
67:	111	370	1028	4637	37	151	59	1281	7294	524	109	14
-		390	10421017									
68:	141	59	1524	152	132	31	3553	39	14	44	965	15
2744		27352948	14									
69:	146	61	14439	142	32	126	58	14	307	1256	101	16
1672740			13	15								
70:	140	59	1637	32	123	37	185	46	98	116	108	3557178
3239120		-	181896									
71:	142	2418	53	157	530	546	57	71959	-	16	36	42126717
135668366		15	17									
72:	160	60	52	161	2246	37	357	17	6478	15	1859	6251921120
234		8106	338									
73:	208	364	330	157	26	3143	527	473	-	107	-	1219
29542691		2947	12450									
74:	185	62	347	34	520	30003674	172	17308	17	108	7534	813


```

turn: -1564 (step: 696)
turn: 8912 (step: 3360)
turn: -70685 (step: 21242)
turn: 615003 (step: 179508)
turn: -6421108 (step: 1817400)
turn: 79641373 (step: 21690477)

```

buffer overflow

(At this point my program stops storing any further digit trail information. Since the buffer contains a great portion of digit trail stored so far, it can continue until the buffer is empty)

```
turn: -1177787965 (step: 303908801)
```

hit 0 after 575702095 steps

Even more Information:

I've added the points at which the sequence crosses (but does not hit) 0; each iteration consists of three steps:

```

a: (number at iteration start)
b: (get next digit)
c: a = a - b (number = new number, put digits)

```

since the number that has been printed changes during iteration I added an a, b or c to identify the substep which the number printed belongs to.

```

start:      23 (step: 1 a)
cross:      -1 (step: 8 c)
turn :     -23 (step: 15 b)
cross:       7 (step: 22 c)
turn :      34 (step: 35 b)
cross:      -6 (step: 44 c)
turn :    -107 (step: 74 b)
cross:       4 (step: 100 c)
turn :     391 (step: 185 b)
cross:      -1 (step: 286 c)
turn :    -1564 (step: 697 b)
cross:       4 (step: 1088 c)
turn :     8912 (step: 3361 b)
cross:      -5 (step: 5679 c)
turn :    -70685 (step: 21243 b)
cross:       4 (step: 38432 c)
turn :    615003 (step: 179509 b)
cross:      -2 (step: 321041 c)
turn :   -6421108 (step: 1817401 b)
cross:       2 (step: 3230391 c)
turn :    79641373 (step: 21690478 b)
cross:      -5 (step: 39125648 c)
turn :  -1177787965 (step: 303908802 b)

```

Greetings,
Nicolas

Many thanks, **Nicolas** -- great!