

20,000 digits of the MKB constant
(M1)

Marvin Ray Burns

Abstract.

We use a combination of four acceleration methods here. Using formula (12) in¹ (<http://arxiv.org/pdf/0912.3844v3.pdf>), the `NIntegrate` command with `AccuracyGoal` option of Mathematica 10.1, simplifying the integrand and breaking the oscillating integral into real and imaginary parts: we compute the real part, the digits of the absolute value of the imaginary part, and the magnitude of the MKB constant; with timing of each. So the real and imaginary parts are computed separately as positive, real constants.

1. Definition

$$\text{MKB constant} =$$

$$M1 = \left| \lim_{N \rightarrow \infty} \int_1^{2N} e^{i\pi x} x^{1/x} dx \right|$$

Since the MKB constant is the integral analog of the MRB constant, it is named after the MRB constant's author's first wife.

2. Numerical Analysis

The specific algorithm used, by applying partial integration up to the 30th derivative, (as shown in <http://arxiv.org/pdf/0912.3844v3.pdf>), breaking into real and imaginary parts for easier integration, we get

$$d = 30; f(x) = x^{1/x};$$

$$a(n) := \sum_{k=1}^n S_n^{(k)} \sum_{j=0}^k (-j)^{k-j} \binom{k}{j}; a(0) = 1; g = \frac{2i}{\pi} - \sum_{n=1}^d -\frac{i^{n+1} a(n)}{\pi^{n+1}};$$

$$a = \left(\frac{1}{\pi}\right)^d \left(- \int_1^{\infty} \cos(\pi x) \frac{\partial^d f(x)}{\partial x^d} dx \right) - \text{Re}(g)$$

$$b = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{d+1} \left(\int_1^{\infty} \cos(\pi x) \frac{\partial^{d+1} f(x)}{\partial x^{d+1}} dx \right) + \text{Im}(g)$$

$$M1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

§Aborted

In the following program the Simplify command is needed for the integral to “converge” in *Mathematica* 10.1.

3. The Program and Results

This program can be downloaded from
<http://marvinrayburns.com/20KMKB.txt> .

```

d = 30; f[x_] = x^(1/x); ClearAll[a, b, h];
a[n_] :=
  Sum[StirlingS1[n, k] * Sum[(-j)^(k-j) * Binomial[k, j], {j, 0, k}], {k, 1, n}];
a[0] = 1;
g = 2 I / Pi - Sum[-I^(n+1) a[n] / Pi^(n+1), {n, 1, d}];
Print[DateString[]];
Print[T0 = SessionTime[]]; prec = 20 000;
Print[N[a = -Re[g] - (1/Pi)^(d) * NIntegrate[Simplify[Cos[Pi * x] * D[f[x], {x, d}]],
  {x, 1, Infinity}, WorkingPrecision -> prec * (105/100),
  PrecisionGoal -> prec * (105/100)], prec]];
Print[SessionTime[] - T0, " seconds"];
Print[
  N[b = Im[g] + (1/Pi)^(d+1) * NIntegrate[Simplify[Cos[Pi * x] * D[f[x], {x, d+1}]],
  {x, 1, Infinity}, WorkingPrecision -> prec * (105/100),
  PrecisionGoal -> prec * (105/100)], prec]];
Print[SessionTime[] - T0, " seconds"];
Print[N[Sqrt[a^2 + b^2], prec]];
Print[DateString[]];

```

Sat 9 May 2015 22:05:36

778 436.1389076

```

0.07077603931152880353952802183028200136575469620336302758317278816361845726438203658083-
188126617723820944073396910971792699904464538475364292258443860652193330471222906120205-
483985764336623434898438270710499897053952312269178485299032185072743545220051257328105-
422174249313177670295863771714489658779291185716175115405623656039914848817528200250723-
061535734571065031458992196831648681239079549382556509741967588147362548743205919028695-
774572411439927516593391029992733107982746794845130889328251307263102570083031527430861-
023428334369104098217022622690459402970550932729520226625490752259419565590805748359989-
234693100636146552550629713179601483134045038416878054929072981851045829413286377842843-
66753787303942475197280648872877809986710218877979777252241976559417256927749003107193-
817774918483496279384681984119551938983470750981526386576149809003502627803191424302529-
219251315152396118410707225304739394962943052646279777448768148583253359471170767214931-
101605089284945979067286888735330319862151244676787364299815443211871242691471418043972-
933414683459023829774729750532719883869462912155123409313348415267128259883306521193975-
174379922254198045615178994412133135553490942451521573377205408642930048589144169649033-
910690772391582253781370071342251572594362677567499808920975470209239383580761985703701-
060855968630398324250374814946826330552459256977035009973219582010379262683780372730214-
991685800367661183357964885016197428930706629538529226414814678953253401850066311530145-
893991405674646428173225541242767398713437847690148648164301021426738211030994294821902-
625513428936892614145650783513004546551731245970234033122811126743549631605531411455678-
018750898959427121576342426271262753681846249671477954063497124349020344036551106573368-
287836435282064517556997850972938450343013990723354180760185449019556941656397695538767-
052313265123333664135693091475441531470407512786517873318972913388315734915392768105053-

```

931934202415883973475615262886612907281255793629481816182880865699735067686367810063866-
509045347176621318018458034748234232981578345259121255810205821964010786343520655569736-
473710013798766266339986478994396368658091710082607277967003235418733795259931586975834-
303233043078953584820513099576066296501944555910377438882939963556870169455614687566678-
101370286182614425807520849687487908345556832868109922937147107976554412386583615077935-
956205339747769600705204679193073507513246175591609043584839337278793543746547700154053-
159349116699042736793917136465993648407683948032656188884206691693402772619144551918281-
516523603996927190619916557296777446543565889536021246466885918243655971990259296688767-
731715772356476947096650480980371949561041255314794988939077454593378587307969775159664-
942356081052570229788101253506631095305917346699184699307345509335873773978563492582340-
494114719388853850860110309182783123446184972468187651823077670750405979820522362242556-
172027726453015086533936217003569126904502550996932189173156074118921809673225790471801-
702126915880409108189331098050572529022279316595757334861754576511308119568675829070688-
830667238378998168376707878993608699338194221957462186995167338096705301353579036312938-
828377193705198756062915785278012960431864180966081008297558236492760272218063461699985-
42692832027774782861029791162809901777602844641512992771011065715457373366479587182447-
765663756471484330546758342442460492405046869226774217858673931229808148581477703404500-
553487069712504523117831032910709604428740057861796934338567573095875311653478664916554-
862079015731415233037860028637929728658391856887154892519556507647681563013568325422068-
040338916361521228721960259466523943888257896063588905734286095855374962687234162657934-
054193325229612628993882876132729326435801984885784101749171594640265749043983789712342-
858396610984512307096066729606199953906737787451295674356086274075351656394923428145984-
655133252291582978556210320582145898094236682915562958876397108132239442745441670640980-
253964115439162902370145339171491694834766220312285746976929187135807375065114071175825-
067288409888880740540559344993026282276803331136865494066612396596168209762805178753315-
343226947797372540884861256857475952419164848640023615456119437805709289844118506366383-
018766929119865687888997812457908367464878155785718230693782388129268655860541351105369-
075507318396693503695367262931577683467448269146898885363482805938396399579762552871670-
251094456845663748442662504838037088437480868848238759896935651182783115725845752987615-
928292866443261329280503053431533402950095193512502769412409991020971081722477621016995-
619906726583924751264064219576421497947089067686995211417968430091445615589910842175933-
881656004616194433090230812331341772002424490673790255193676279937518912598481328651707-
922980235349897571660918463079717355079356492371340953690735155226250048523618811976884-
731369672664860114159281786997398679000432955391328092096332507009917700191238679287878-
095492448480858235526283804826470719570292392469897900132078134817799228781783966406048-
450356382020025865633496572653723635997802672579150410515751614079788395055602542198471-
480699518287871865333126891340101916622813409477321367233243879959485068337567896954383-
222032338849063883951049308210943475702372145809360052386964785879560259767505210236552-
925838579347933674237665256428165398109811926294893115716478490602579134052813160126203-
175534155726824533565310364276694808283976228866737318171484065806926302804499264790816-
407643980605539930214627144955868310017574480739924642525449900839720110611265485895397-
953895166838886928899074249199424136964720444306894494403918657962530246512255932794149-
967176760618965656391817656620491746340303112113284415016181905280856183425515777908928-

088757758543646533597702066693557245525388917957379521329904347879824487379231760154812-
402986199185532315068352479956812186524457253954718894277531013051083396327780043666469-
474275981939330190057846718358798507554840427136957835394242255610774040103240817040392-
686754171142593231735431101424909184982160823154519141377971201541308847536387068798855-
914397455842773329120930514061794516419994088698411356892696696093390876805565714219023-
788205424076634156301604683241223525807851120663914762101297014450395096795899156433106-
283277281230260880231164060902135093212780014523165274620859757738238885368748976192285-
250348145631165404037683287321922741542485782820641242853247894785238137630939734031105-
444034024537878642578179120989947784464415590121367511691836292619695268598199455951139-
176227054755967938457665573376332622656450453398298091125429449364995329239961676596919-
189731012367861247062697204953573886231034221322527325186627554386040160444373449726641-
785849345442855257550319959090657289745327614471129888599708333728879544684955186948674-
833883150262440901103039896845109518392778469185869195205289512731232700731880903093921-
038138566776230687456229949509420584304632916430788063530735846892423727568343086390740-
251790596896169172794666511890256600111078709010661381301458277838956179623083929426645-
450306391077673206068654120299880674477039134502908330437698903355160132534270306700750-
311642628843938811432398288897380485698225109278816728817807755380546719294302155562391-
386976863090610671710770534216891010565360911113566585028371523280506063099459024309333-
569797688168020577543192685516130371486059461937196377402259985019544095859588518552253-
861634724792360135096921552853889828890066325672950851901789408051311031088636404937190-
606554261621805871855274318149423952974490205121654929212587375524910975896210773736227-
827923420788516231778499070692750618450733707893754911259289950698915354168269261161668-
699344642358519485954794834927195028685551876921933768490146594987054301907325352321171-
715944820941777894195760778557283763493899181057816098460889188392235421210530387384040-
287364754129860886479946420099302174127061193169479553069423441540423582466248609532626-
190299718654727770728604409727094703676796518903926081960548909818349564988670237763093-
997615608673804871931665807936173273160178635365286140143114312719329125741266724178122-
037688207791724143913849087605231108229172395466883904357220300565569538694222121710976-
012755188953704171248419254796628848092293890171760340038631120456016198315413168103995-
024758535758309214151906723191070785296129894865093613823475618098637366816784135033545-
368269588146833969165904236126095020019541966652313361935632988250001552415081487550365-
778911747455708943601227725801802635729593658919796444321469220636429116946958381591983-
215968689943605701320730783671918711179934139030789358865656410391251824476423911727552-
656876398794571042162623532249451860284980505950391260155110751883822537832486308517013-
881811614499259982266764413017330800380613116992322801768602778538185472116851382549392-
612808114167166899511695657555883786412875973669489842802492014105023836328805920617259-
694202196467455141721732935245406605149281045226843704267314714056822066780208154856230-
269543500739522524694655738818680120135326231372572168018584292883066213604097242947361-
078806707259532711165891064449024791986218529484874948204838228871265969357777039693317-
464826698226603470315123846227972716160821174944438973117132044606436502770699502859541-
484145679791662537548421996767155392668503452298570164165186843840217738834603319513440-
691893575492164915430190026701456624417097672289320878752362868853570504250721094804349-
374498554431883241415942557880000635290365996773764975644283998840894746484572270792557-

307994304867089609801638393480191691283639946622279301722834272798955970857605828912865-
583563997978979745182572544156216828007540795410036090143376300127833392146774640592647-
670744474041713281527402041661488703497978496920453017116720254608788228091322355983390-
620232797660946266363855329933948396661375191309656542477853981975508410891731765701908-
805071963118059557197009251430213493061859065208846295974495555807696556037052050066368-
872388956559016384410980694463696352758331938362238560283982236296136053359198462180229-
539779167669276352693225606762168623588424927682365224457492730357122298006123394176904-
208710239625094603642133828932825777640065895527425902134497583105186029300330267137563-
364577228194854642732848647536780047246505831956385245077243072234600289470609153058636-
054262124665901295855421896685572914794720183910346466515434961878081268575714494327734-
634223113452928581414173302592518002220880720368861993413895488169199462501528316793985-
322298661572076464732516953282299064591920259384655837156725717526697816358054334500267-
880847714274779944645690524091683628761949808311466547205208659718935985221278499836113-
146094869264838229681593961579030181480654082987955966774932700069366403659232824999994-
547736797819931058735984820474009092223172261702171403249969744559081501670510056234406-
239205261352837515585125690126750732712203049754825748152688610637326374515345623133922-
836647393563437671343830936131409237287968675276753412728496191178400231888765880422190-
347756592772823187666619890327758741567767355283157717445576118010047174696922801512301-
543199092838121389265165223801289931236632240926672251634173014243293776909645869584159-
940987366435410983333532568532886142790325011899910988250697157128145723979940643074237-
814481545156687807058832131735590161535683820156292220169309573019567791972185816190617-
419475540293940316898493428813660475468652420886214479370827062548369861829935708636550-
058169849959643515349471639921396144621330948718158823950818855656499645481718554723380-
115307006989095952410027066348483376453895982908292601246095886624195990986380414790829-
52636154523854077286867148982310628272037179530309546822678339556182294552215195085709-
552419611890856670601178105173164817470107900815983099063903721936153188620216546964184-
643710932927564367007751617367559455846627118436833788540815686055666789917220542765801-
499852125896960809581586670106194398397427668534133591352807927436180581127115600855521-
513052845398174953324323407448711553595444337845965594329561612981630591669026999055685-
8424527870851134022747575563730918048822644218533226593001792371000812538008018817720-
937500058236220414729477324729746898902765784656565999398798344255552916106749200792140-
403587910953793364384026746139370426974775774946231134989608650195949187377901405018756-
604763001364662384985081258583438447053014218272257120593132663507360178775778417496017-
461391595028185460596447914634540816798427112090803238281424038478859144831271549815860-
811489657531209147407860164439196881725552931744374559667942662980503988733429533722850-
422219983309432467893481758732132277582699651344339971459164946441069608658173308869271-
271964185833498813122067820134599175696510839660259009418802964119995437052261187326935-
483198857514904522276031222186419785632371719437135038375513115834811068205837492375640-
365268904089870604534909093778785789657476755219592418220726554599772706356527244333334-
658917155082030136146918373515503845788765363702755717041706575509904886780433342478040-
726992388223122334658728063768220494298205398455542588921482954488136845663144685970317-
819473991047286018324515142426566495400288662428595207288290661471392250069210999638635-
992366322937639145117278287235545547144884042902855516074567742482221663666958545353785-

646822798035224178464589193295950283417567750290917379581008690396995621647470441754560-
531288014114765188702288047016573267919088114076780430428580195122702221807562786681914-
218115638896695091569683004287090596875109590420906238787349720173051750165662953864854-
513188445758636101480861455351877326607138521460039934670199013326283986526697340788662-
196502124636493510171259322798470779488101087525650161454539938275564944548141958402609-
981601729088822843527695378611597895144405777504153537473925209901068583063437584296719-
245879373731247565490563522147903919007222820474795635286392544445271799423839999871387-
015742294165110699991458465570617696031668626008026319569882568119443228166126419027162-
040283414177651294954505911355037344190895472270511854803600770693757925695409172541507-
752010363657889896290481680673428171804067052623599276084197134452841762719946134068033-
006659829598552285297047334384177369166328966773517209810645914947577019316905666521267-
478956029145426734807155659425378945140143598993110461254867836251215990691779856095098-
138929852689403178624280179834626819693709516572325033025060700008752080948707004478381-
680536107864448590825684292535439951626896180549356053002854094257315233903154526190864-
556095715075895673223508544942457929051434878551663226446841262698148453108798492686321-
404638417830313381192872054937923457451728727358500727354042750687433054735505457335539-
107637540238065083040476006348593801867932597755522859208596327133805720013843564328141-
461202453769645563871648389826486601702590968919828137393755561765601068301038729815987-
949891991394742917033971949958026186753676784602193728020697628947993874053420336115499-
150511011325127096064443163691244625251672787889202059629123486616824259693069610732893-
189494588106110240232749694696314675034822002926546188830806663935863710685658685642064-
862362768301533474829157153517786643237713675264840833152571560511863793862355768736177-
870223969291532111924229976052272240414553862827847307292637538215385789283036426560603-
520214090192415039189529170751108725395919871314597641202524464325821597864979063156892-
608983980522268993068739894091906644705163502845644326655301026967258069105724120140291-
036741803916185327978619564620916445141094044186245356821608613535482746435256843308538-
727764143214875570900424427570077767172954825753499411245918991088343359100496547337896-
441814804611599843729684831556352500052706721874171750093747110742509128237789781585970-
636162545676198777656451248429580944678542414039813768638099254889512731037074961452894-
273949269991639582318425253259862229217568363667297715101173651296603010459437895685914-
435744309939339867216727050903199298605493091159074307869488644643795243847581137827131-
122712423889103111699357232084170453444987447295469253888568903807036359299416934963619-
172858287222066072886833941507346987761523441930020906547858291248305189169892904584794-
171447380583566489567188239098802974469602516560311182180267729618880469516464786449900-
155380996840049844122301820587458705573834391397566110219974164055448607653514190323737-
759041898115777415498874273531393478854702935840559585029485275363558740569563473509204-
667079836407021764192961078996403096458358972077082726687533123671363686622910077614930-
382109642230991598636653201591365541512547406500743191867944715494841111117551832143134-
027231348081097217773260773387840396233848673842755880138286654683817023764247135172597-
764743978895551226437686539582927860467432630333189647362562109413611574350481061588195-
795062749907892404944300200274198061480625979460782153473395984982051528358940069055576-
493358969112106341208035956904823455735911022920058564049390894206722601851299136659552-
10813827605004998715975326617612682495829698729833522518264620729712326651425342776081-

922356475366737999242984655267625698501556520969706578205290182085172746917421327028568-
 927636491393662722375495082275724805328636000859268041384669240053170865402363206803688-
 261896692995250507923695539732569274551215272819430215792096924872353896737504283600364-
 251567593402146703829615557407611904318137558728040018863393424290968882834060663794818-
 95236268626099227773857917167098374124270234397142459505125883249750806353320642374795-
 568383768167030351893590209081182120963672484274392603311460923634542803226881687155423-
 313417133647413448791959910241275975978762762182164250505268348496487845882339399452847-
 131437483609394968340038735617394477378303470342156598331289943933942602929379309360640-
 232504782094524167818793557515900491539772893103211606939157643949458440162554228589802-
 283742258394560990724983307378101551362408800140398624393691031531787431880644963179096-
 074675594316302870066175303568305003976820825474558316006460773296765384327926466472998-
 220781444465807045215294176039851386673947086136285255302670317636599381187017226837161-
 401950030584052204176528000630110246822189181767353711174064145574754485117220897516115-
 593672783631656163372635322175496285055143430732447322972798648790227531209219432824565-
 566901506164250780612253910368298843235193542190769996851875129600929223206967763122934-
 833083569506353070777816034870135703279227933312021720732763742292897914606372287832749-
 41334939430869013542492579265201816295047590789887617788632568706082377292241796763918-
 756238272543861555977444543648921700297259812675700294141561924936231120711077865158092-
 798314892352453669777317798787165530376780882788278578618200940592560186598339732033642-
 956347159336313316508785696476044250791006438152229412410065841282635959641978855254405-
 080324699621350768657306593819223723672935802952571536031097367461874326342998873265663-
 123725813537547047903419931689394827961572126932678598548723036715948316961044850829526-
 085334078849362566217054523651489101888572284522816906368493594788198024311267635540002-
 566116597832285778987401564979845327069925098087083356328426425851768132896360423430906-
 894264934613141395064000483588156646136895658384618969252367207455784108763979041122237-
 099365228940957511722486871986281511207798284210765429737311020073386882976356660580862-
 835523096693253407300666983928969919278122038960753957402417645600544034419725170386144-
 478453726386444456871867041250780912022161816742350366813644623912334125933993405449104-
 007009288709398105011385754224207908512982269402357312285585100400233766988400345236190-
 108746367354701880704221885728724366184955538069488064629231508574693498691473125617361-
 995319020867039325280459494146950838653948950353572490156526703495432265174769130702914-
 196590845647100506383647694911305595504675602797421939400306290565864043763965345678712-
 779836704328997230151534329044364831859851124119929031305982841716202698436015838161002-
 226614964646609612875505829376427020163890112845335619207699576847988462525569268183740-
 775478274169872533626427062185804598261702994604454639337996999730815080787078949239517-
 0731214790080832935086860069382149263086468203707150565981626914095417342659963

62 299.7947618 seconds

0.68400038943793212918274445999266112671099148265499943432263037713815305812497663815095-
 983421272147867223796451609148860995867804988314557940873905191188799883519183662118270-
 858837799181911957942513854361008447824625285978694213906207961130230534396425823258922-
 029111833260915122103671247169010471326011087527649463858304381567543786948780468083128-
 685419611662057442804617762323459229053136582595762128096540220160302445831485873524743-

391305055400807997746196835725402929712588664502011018708357030603143493964914020649326-
448135645453452198688875201195035381817763595772650993023895661354755794681448497632617-
794526659552462586998679271659049208654746533234375478909962633090080006358213908728990-
850502675954992893502920644263742578600503604809859830409299675314558901264547453361707-
03768670865452282230609404349352192528853329839027234223495287088330411664040942145276-
528460936494120534412256978163478250836864112676652870701995734089506193624664506575310-
191678125455700698981840928331714583716734597151697084911609607703063578838916538106605-
599270842847024731543038002768039085600802049978032410584141889020183572020629532415382-
916822796942734253441520784640814155687968986766443021927163624935478697371795500444154-
908567339210555669208107564738820422789697814839787546859217582943182703853125971775989-
779126507155489945624617011553879109152932039370312241134127950112036269188660519350584-
627066913492587827820904871731608862932135327410151930740159463599005810417547430064147-
577672795528747577211274733023919090010208573019799984438003502961409280275043125556599-
521620045097356160834695413280188646798489040137637492451450834808286836572309267149722-
428811283919059270586193413375708112207196796100632266165992094655463447384455084923126-
684735763619603618658677613508235551926399435432335855340874970417590296269937584675822-
180884630975727167996170041156917614279457235179934083835867238785064092068574980839610-
211088043858862898096210960564497941815320304088536820486232037922401786916408929546804-
773696647294645346050497533838613687281687940888036941361300820872655197423504623465638-
275574931525299152757456982298067032740056758966773931796515909324355966311917239611789-
657027781446736193022092856907158124613309089764013644517623899657078413117551550268904-
491722071864244199033932975312109856798156007173953099883327321149663538863850139469206-
652754568287704308114205702954220578339135785097113701872137378952010279282797040224960-
903729924449564383217019522293442122558083204037679738642445320577848977287524256968144-
287999797437844184642347562096244658894248933475194785307547265860010438522813703638767-
590220948846202554707796819458689103074501770335918986534430260617846420739703293012732-
482796699253375454327779742539659488766007286183162913750263438812661274936208683053811-
441486020378826153557820156438817422921696852511002573140030360849300310062222133784468-
545513908061552716116948829069180123539251497542997093933466600210069851139576711541382-
055865276222614381015434847888315672181139689778856542397455980472551051617253918142037-
424847377940505693372626456605729203747745602063013467594771275133467385512897960206146-
190276562358697374509510942891475833132326898543689200288201153283823961487207074569127-
787543337610244361446341893012750960856485029157227946745253560495285722994253206534781-
235182186676096735604416436631561090999734586380424523313417343559866998326912967509644-
861915279300181083908059686372177765339770519713177859952997390714739199089389181064559-
644288939323779311368866022256463780421556509024962981844541590569617803915806390643341-
454417276493865691116461992936698042225210746002020696234821859425324259203734372869324-
535617885323536789089380087533345116077896149676524689109179373947259854565440891957304-
586270389565093102492787252020411499503718246438933671990211637684510087890690548055481-
714519922042523730008315675511316966105092466501991850451838812656776519800243315244363-
96025696757698580727111306895301941986775404759077447404431373682253622246018414975107-
885623165246115169182342970403056512509476682108712155753525486394586233044937472138746-
754302650809315263710508066435910266031473274056055464829219879842190313725005042054163-

695264662173665611635215739341343124566647437679535761842809030391774967645735367659836-
511651787754277962726195787307787129934436056930914168237091272332417339914383754258867-
023742645576995447102920790606749461854181937869770566276270270788029490287735604259753-
270241579342711794105139656664297148199729115574047217795683829197879310304011132631798-
32281254928120061489106939935041513328780047558623335544324670955649050224840141572400-
454856876680030581305186983662563187167726057568943419127005249585485898195098893697161-
892635967559497483864030042026978892579975828412709651394016254407286472829248029913821-
415718617922657936965351460132268347924056720560755869056803115977172403160738516860873-
806226804289120716725002484153649734966568864584920493805069823450385918485323892930688-
895929127784199419320254254659895648314268781576346275943964747674917700959835975201168-
046288562237818390958043776760535649365442238846681221968486716825092217404018293721350-
395979700975595294021351862604209034624819798330357322153900013451229764394683404706374-
573545977593025527104508577613280762528476965518320012027419095436307792618995689574254-
022438989854596530128528326630549600975267347205809398562866531869862144551125466082094-
134856285837695148121579544596396029410308420466288068764866740655402689574607986012527-
442314004003761454366689141447834864404888378146098897876156530315305101351620101683076-
924925886561059251069667391736164017059616078900911849504871742848332731353062492274954-
313931545108387842086416515388480523473511920146677016371887173871154680299400994616282-
901104223737984374775774021766836388067783958050224690640846845097589966944529508769963-
558124645914666863454376741967353040129487008925216102514018124957638067387761339976786-
716390576038235394505089811675675779113913998383014733101942530466129894336086406034193-
027608586855091575294700018449114269971719064858509439274952166592574903302221560383266-
269579161208001214399080005736751393231043335132512177346087184507355675717261545878967-
972416390778443841578420930683422502750085139064048118194145258909943655554683396356558-
528958604371303549436589119517352480449265663710633040829758330103276899974541318489061-
832923766375457830872278785658018930585640566366703252579026351095600161664769093203613-
048888339496538678633876782946033281660177850617246066195768258408085990722400222483045-
394144500692012107022613087261565696785135542068765144756388877562826424483857946123439-
624309087989348935711485795093770789372212869783221932133486385000128611952696272071982-
017762223663034026726799582508769912995658341455146132324980950766811581182691724647704-
707271738848323862184700824891598224646472212060529999321396756288661227336198846440711-
254889513716621332868572498052249349495231645762759247158037077764650411983292229432666-
532415860247045934272976484084385922977052935408619818340534144704021607496986219036883-
984368410296008769654021212963043599298076294012243012711099279578304990762776498564607-
974631367222375120547188016891052586054939966155221047888169849316532118718406421805975-
975862565806179288637589876021630597919564272590803682250541112049503127583382717741908-
759648050882321927775538095759903317216570245567350803139788930005582921036412523654503-
980053235063447321334053696114816435198403243584811910103231448771825632489624066859847-
856139017965795587109424550233092657115317118691737220189725791281202616578442346654176-
085490768219328010206147263516835515970854196539627025580956986422425733890222732209010-
065065596271923375220180033171151179494599035086909247254862410744445137612899765081570-
740383852690513620230919982422821440208354245599143423387545916395305996617515339954306-
663651023241430794452180457525797276153084772794580139552619306124873062360502642430940-

374473048861462115115778521071854830105088299950775086238615505019071858630491086520022-
940759216391059244867755488493240021662640001960280264374856409212437675445764148295479-
544425212099440019941507651472297539338361454196015764723603620047493269826582194090441-
953980067870696357150972389685595022979664165380599724153747697224961537612164520547920-
903987202496146878871619560983255532325909146130315041484141021712946349917778985131804-
113256409133659561995681817958276165619973448148323238925304207736085819678881778781901-
898567796014916990978850793094271730000792275482491576816654256149915980101094593635063-
036125592396743475659095113317100257702272307194029700431803465328506845412364271164166-
316570023776046018638824148914163738585313419908960544281524238461795488266332349960681-
744907712354255745935544251397252871453722288341452963558630938242078471644604523205712-
438018028690628884500719137765260904615262664033311337836971955200993048822774453461808-
631956372605283404790460558284173870306291155167356318466415665348818391394336429446804-
877824238524180412118216959319250482540632005920627685105713455744641301833648927933845-
933055913005951197051514490314113695811626227692935455638403993818575588841827665698749-
050256542601025758608801804619742210646849461703724925844292061818089070530235688293844-
398477015030972162834623841669026493524873066312819368109148116525503310162218801867430-
799571384006227168986035047932075050390946863722794257664881101253363524030734033399229-
015925982033819540272930221590391001598205539013247689859476811129230965404432426010807-
814339758062051706202321512710169031397914991171083922347957303319863156958901638865425-
435473841979126937526168879811420007343972264993924177498963275771849160117339080370834-
899997657894072534437445555711966618712449149130657504271759522736242934571366029401731-
589310017559919790392975536350947161300582315252646419879549723666693344688338271785706-
017942201319163026747434439962589823202584497358042795579931629864071729423138089652538-
989308770416016912549893412711640429075192050502099862334392576992938307659290313649210-
061908809853092697511787589297347414360242182229559217606268966896064081030580895039126-
995376150565706561977381819459300539557626184838135137102947050292460531551750023065048-
394801752252416764688179767953504340548212798175428800561484885531637356998567388172180-
749972625834323043718554605395478638446577541829713969595565770305456992387968857040621-
055838127410428792006422584034095839346489716875535802560573505944684449777908524273361-
721125391669071143675119499789181872267016571000952536995345487812056541610216402000559-
605355047994993834546317079535604779975007274794173774287554217706691994038047451620790-
066242233852221274539780403924242022034010501281968607547357584552042031385542795412898-
333876178236810905258407797061173356957839228039314127847252484048976408245661144000046-
884496543358402941334834372722859152408562871637788078072483200329696777207537560685808-
091704129853607835842658996324486137315689518535185788723531407028843616406238607894898-
853808331349302087241754631429890428199272593780088447773418775471345996040827125492954-
293265470182076020759112653707988190253535589970338549045931971245485519795917401560479-
559490535014110852542237949366875682088594415446148495530048650420362720299158127681845-
862348228347435961639782007477815426127184399111664740083970728167009820917861709483691-
590820928906581304048797100440978853654188346103002944070952839727126656485269522054350-
020572908207113594985826751349904290048009290773425435234465068665476147122704801079083-
270251822706609399883156440036381762707216942088069034772099897808854580792832793786152-
671016657485667342014016114200282972473575492472329420713998736905642377821301032615914-

082125278260841007646322429330553173042956720192450171528112689824023823682329880708055-
019054251531362564753685080910678309972279804744766091073016101638243596427179115673847-
309673877011987510930928620037843390178644169448525538142916343593497758606518491777480-
546946099370118632012423846851083885906011891142972093356135730401997269297731940645900-
294970180488196468583442083108842423077326571451764485521989162994384722368839440935059-
231696133716334551116929104369395279930502948179522368239565677768269173814775456807390-
266129860302348636367388516903061668657892296159720044501793687123445213889393969084863-
225547805443713689652151530431403328468858376300355053668291466111977588920508605485283-
165034252939895232884887415783373271228455694831407841748241244626104271710174813189453-
841215342872253252279042448817562799945273543023830648069821839061834978386207649912637-
430365551975396755628124215464226140473932160112713550465886546740247840188683714597414-
964081983017384847101444633973979591712007308188491947358621198556494813264840888245660-
430024512587247523688974760576197499446085718128636146842296967793125921806142563456422-
510441071791037058917914020978619264500281684791391104029994377330678766939348982757681-
555905971705493270161358382609198989356552601823208375963319890970913858767335342480283-
844587678214697092267540050949366382683713967125651735162876066413368111092116533612132-
200812508437652120518555088556438910872936900810080331760218651278543557272598383025518-
172092931770532597229176893182526116991948394189976348667457470788140924683793004224711-
368634368775845278260897898322369219038023261910552683250917501986547561192495963457638-
826313582549366155721299539116389295811687397885364395863755641547362118956028809158365-
798936942565182911991604077819949920086225369495912932459180350113627798959935883981999-
994146094914238412575768230304588478946902069111841330233154088315530838463812512860995-
445409328353740574232786656280274767120511966627084454175658888954501613334748402304004-
489997932327079746682456917500811433095756683231888787428382709765986411084064682515097-
018622705308563258129387785887748535304243102361202066772984837679784355923442445747077-
311483156700993171499638158315659802966144866907361669270240529348405463112986739753895-
966729360890487222149358730616906615839581764356346022021313839442870002590600906825274-
068053583925891586250781011353557484964519167905153067271730240367278161926757244904852-
668962077295657208177452538825524357957040407513699990585417627180176361197028810824145-
441537139385512971021146959217956552896134767888299698806724046414369466440022829300509-
839204931824252950875585382569866466085779143495139194810369598168337466639638377817298-
757322217091447564278843790510036975609037012610265452149639107705040117198744191873705-
395484495664369272378805543146492599182640838754303930708891940115654145235294305559557-
076636855685105446468943906905327062519466576075984882499641199784517097622310707998950-
878362523039284056253977914860917265849042874806034843410730271939578231027511401795926-
175024252572801575828536640215939463647381202972992406475368538198131568545924786860356-
133024032943581091209921687687674788279690061567679926154384714331766041172755992617370-
700664539218094623649162640667642580810420603682589095478204126519338794923482888246145-
352773934358799317820790053622018674517142827538023434779548069173224382620623822352139-
908317273194369836454850302143908749054756074441845252543836818586709516131109739525717-
947552589623918885413304734615716763008338354725241421548049609097739079828646448495487-
275405162812176239922031417780403984598991608424185752479831720967199688732097525937442-
601148616769042669503122197939399423103725985444207080242221013650558665348070905984823-

559685839387517976372606815035252693787975019987292341831120554643567633262472509556753-
291433160158054124131498088312574054116357632405679035930623095052169427535500077313379-
699557009329153258144205555172295292969909751917504978721979378596996381881525443279070-
727954123293938979524173232310099589502994580648754309087038599266572927605639567828244-
359384994548921205264609605061873628397181176783935857052330917431453164507179046658023-
779784994734716618549097565694610485249808971272880606345146428998928869673856551174355-
523082194926426236018901226322669317940396678183497147551276431294319899815986606691448-
933511700282716021227390293267821170959365639304635871490279175612710109333712502844325-
768700186251861314571277999910323361748919947790127593093363798864062033584601055322131-
830579705057005298003432132771673779274354277860825998105544506364839238796910289203987-
881442922946050446771926745737080343045250576961008679831737689550094990821840624990910-
137146778990465244880162267714291153197413402525757416052727301301289235687916448461672-
857915958452482615989809489602922789205213833495333657830802749269076781935241837287649-
083372941157643648264400847376742658610041011208674873323442207435434415196821424881413-
916741066750148606546803940856607536815182354098641686323496066259199678759202241607584-
200537049080185005284395166208189170747182751203858583647223434665423744778473582456403-
801016328493328254900878239266184855476880753577546262684052169467485241473571976213937-
235582834731359144755262618438634704816319271735733744430803374993125190462531544181910-
761084789637589792516056019231857293220202910846954815907242950746772936234324940423471-
638773805428242292218516680937690394258767917626228771599086034837888314430893153315263-
063519473454256189686946438210719937124802988084862810968516687020748755138718022326597-
511915778917939603625221573088791630167885766443744883156676567170790239677076118896557-
256756276550527650584980416768532087214801372706180678031918852258026397598735014895847-
966701793112077415671786682357092884393708124086868182686552211271527171250040628907827-
129098698270234298104173965130211770424050798124757336057382905100921012499363907578545-
895851339124370966321080584066281212855770102829584994513247087821534400557938626001646-
692825572080327561866295400451088159952743461039371705661569398612529598748026208549031-
088823280408135382824460334061727141967200455989361590796472463028532438626236606842906-
170066191086204545378907634627484882981100197070259176295568824671661461168098450020181-
383708421543618074277179690618096075422805779387883392754971250759204063036256772227789-
901546112677513154173238739854300598110382466811499067911416574694022810059254914620553-
930607698624201966743457228305490649493266353817074868141598653963002353040560150957150-
572539081704674746025387369824503831785091107376744193170255951454436638687486023685960-
564588438180259964521713579925296777870737152495385917686801672473793271279774355442963-
637269424387810215275652967820470946746574694189608617563916738045278626138280944571061-
904446529590491691048723787628976824612636825121213367589994008395044593731196717754144-
446563714443349298294935703190459674438572180210344698474907697739079858670003515490409-
233982656702031665839283203137648661787009657668296858948768489905436332882696341903855-
899726471187131820980447158022617502567454463406731370430978058873233346200649519895604-
798016800867127164067601643150322699145537282864096617177382848594694485146964134136327-
650915694473400535835482754391884061707423155370899905295182993571075345027941786556144-
823629411958117430827002392560814200556539883157386326826118923252859063596824548884055-
253836728509078756114448851425271060982306121848927753404533476678384438596245276173614-

604217533187616122403677337937679352763051639456248695894752596309861872231669340869347-
874651177333348164002440737649189192696450237160057470212755185976230492936887056300657-
526646790998944611230107039890158512636316291371835346320071267937077551759982384083028-
771230344612247255553176244634042191252366787719319395949530128301742356474846182971809-
821489443791225938724645756879228479125093322382423243363656586127727937204585584191690-
712365930824773367522991385596633167457310323756675554677932401172358644467926001420643-
727606715201079288265736829548838789240180389479876766119717359420412780515783356208588-
246859461785400035340863381522812565324184043075104016721269491679967271302639499275598-
312524522581103329848761919259386798723181673047427393622274022527373281548229585971526-
692395116743777692464580666275146139724110960563796798279891225307741743177755

123876.4330963 seconds

0.68765236892769436980931240936544016493963738490362254179507101010743366253478493706862-
729824049846818873192933433546612328628766540945756595772115802556504162846251439250971-
205896979865009525901957068131704725387265069668971286335322245474865156721299946377659-
227025219748069576089599393209602752002764192048986309527950738579344982825034173229565-
338091811015320879481813358258054988127280975209369016770287413569232922644964771090329-
726483682930417491673753430878118054062296678424687465624513174204900483221642766554290-
055935028993611478222342426128582832646718603650018931537414763848967936556912271439870-
651953065133056888465504885799873853516260611678863354038966005282223744908289479862039-
722833171519816024367657656383305723596359151086525460036387486837632622334298725709552-
463768300591035314935398573611886888420174824190626083498173034223703984133264282699210-
74045506558966674834536567489060715777444147548424388220133662816274116986724576330176-
058912438027319979840883059505891309117191987761469414772648989343657425085034050732738-
529903546587114217499635584514475429656959327732862489935076490012861232249244670423220-
090484477969004477448946670434279197103332581857937517719898657425832767700119265854957-
115794801143278185461993723493131802360791389248808154759564302727311223193005229640892-
474022665093207969297797972308795483218256171403916521459251943207234100609086755844459-
050004667079633465456383179509789357941736916352744611848521664077918386624294040883487-
647062354653558109265769644276994369741555722263494599492834558291937955573706480722982-
389806312472239746286527176248883116124285469947303667188075506826507811479428582807366-
599407544908560990699866167233307144245764835741501174979679166078765231145175411199825-
822532170091858833628202128777966026600647843068442894310401343003939117236867245656732-
686719139206716028255819141802331701942027248337771633882445225049334329008827371320849-
006472846226868011129149192754883153995560921671208059671732704499253517327447529208297-
180672654123457301218758892278525894167935930983363218877512533994251978272092700003994-
136520699813263053327399132641690231179063314931546906927612775633995348209911166678724-
589467821767106592498663827057034363632241807121831546175498178011687284590439293322231-
263406301066863589072717290630291441982684113819198880100231182613587798104863611185433-
976009254862585527222843445901958943153561148829083242874018226480554274231391324767376-
148485531787767908124831873688579979114662856184612164534836370699371440464263768724668-
291617743681719766849740663590277737977490693183461320266666793472116774276618408124767-
965369796362732668987556797338128876129264558867657737417548617146808592137056879602982-

206609613881069490166381528825180204703315896719667069923077454352649723496033985893188-
309150391579573916059639453655188856334980355047281560296288150836680499821806918067869-
468571687709518088408966653716009356556714281694904914038988996962213833530636987279769-
67220041344889341991419095406310096225164910261467694433201213024711868954772741991675-
045198246947499574872027800654821823797116399297131866662866832215332914761325880983081-
211272181775518951539503852063119472301382766303820851467743266039356123495461914463960-
644386394228342211998370152351720235034997434035743513051754761571835043769475528640144-
621307760159481496713401409374957729200400650100318226988524015127382509490642900236553-
851499823658269458873976032051355393161653806016080446394196719312454167915154602448638-
624354575153334932298393406734174580316934939632892851077461038399470015366439910136971-
186909599331204517462262508377673477745789645309425145559198802530351403897927622891172-
233239135167420567162398873965477371498335087310395422796362380227536212159184529243644-
094285328763286873653399867593200891823468738537356817916009007206857590792983184556882-
143118383332812491747733056313117179696094921120670802012310012864110800437831852620698-
327457619035904268498030693438632685623213366864129523404256345542376567721287706234359-
125016588483777876970236084456277023948551334490591022594253744077631232660869593809453-
087749830900393202787736482133628148979992109544954840067942735030391105496026321872468-
122542495017023785810605820545392820104069279893067324597299043883381251767370331206913-
429284614563732308018369972360638019778425246546329838131639355043236388708044857300408-
692365733932897876809202025693305332974091411983635619038514442263783801745983300121464-
879550146672827072002317686396598587702487509572349422593441184802476344187280014450860-
069307120621758277552124841158659386176036703247124389223327008210072318671884895179305-
778728051888524412158486781863155034447221379906386062559915129172725833420555901857729-
690605950941678587057025641848365090809750870051863842805803189784976076099574956436664-
131457150096711473033060684065060747340764998195621425524824611657787212347497307297184-
843276100338110267863618974154272345482369968216663233417338501929114697679974461999040-
589290327155974468089706302454776026817180862666499129628174265577539296103535807674203-
952782073115928317544891317654708215972145012823941980744128048658597163977280396427316-
169647475303595080927471754288841833046841458422387717974567843044763850418125206354901-
611986735632986299742416514404459056979593895488162233943652678347265596022282622385942-
587919265881732538688040421277515535793758126602211811071215627680419344432516747402019-
492482943196302886074832961592788991057409669743325758307333163136246632364563780912463-
029611662201334616642363164539543840181301469207548893290144196646698764959753342322814-
145996984815900737499281211342548428906112295670587794396336773199294694685408180899135-
324672973165645117794165164625772251499013197507709128473895643620535221191614787415169-
032580462466771890125789345521268697933221974072228257137688062748923747463128426891753-
656977603806187577539562171586625808503292996097826167833312793361094258099626951418568-
585518961687635101836804717331526833821482927759113475972330852882944833032257951185249-
65780844978397592814421262946555401121770667943354738182016599177879322535318669382299-
981500007793969274837166785629080488761222197549875004161208801954470862728371878889690-
961127008128988556968897951226589322413393621290922169712215501662328885746858351091854-
067612190960814788538340562578207940194447820374758964049453475279596594755697761023231-
503354696608266140588427725279132408041823760459504872832001577406637490493472266614047-

453860870065686792877317240215300245115939170990462859843807650049824300175195709172965-
197327078675562310841032518575712484118847367779336861724033437212821275432183094312917-
793867315784551027523227005327157648039488363953701623965995604711695004856773762203158-
723953554272766853309916267341275797701903330320042991780321928042752204238907746197436-
551707656232310297198950878091594928897182512416873896222378187499552752921976712473276-
842502760152461333888138362604443683396629339896297650204980597418549284339871113824834-
286671299816817387582638999915913286638728595546135935343327723455065683745940557931894-
237331753292045470410939999575537512585307075567794220591384663498770172627012864400543-
194750780056992232117453578320389209867758387153664474345216548748209284915679039103002-
974533659770931659846870364413634670648588160193106843188106278338484810906518566594643-
137582510141675299253740013452703717539783595916347808069303890053016731820356545553334-
308669988238215584797234857833240715337734964890963336352895209158472114451967789258561-
642243848301230761365174350759810624743918027836785194432612734564175386521406785552306-
982060855661420857844642892457821845981654717418043312915755155342902248185663052387501-
034934749414043850316243443995738735101173469076174529743228171316148424511561503236188-
112034773319311513132912842798170621472827047672512662660852021680873128806212250221980-
163516049343951492036827192365458624007962426554417906076621642340008264494604009400963-
61876196374323336699723230804728616304144337784023198465901333727384408963746178911895-
846410600416997576086543137329171944692055426801269582117623218593830183301386966850121-
271664831399119275066306084081037583165170944565900194591454705621425288086806504167157-
399213665956221987887850729795078428235191733444077623156066353441806301809447237558386-
800763779726469019801516781767029953454355486904086668961133817439450715151128685255321-
775726892870440473744648135498995935054160338685663523581037884369223344060532035244549-
530978707961982715975634739572087881230153460402610891533080110973700091540678696985479-
648877093538694703949814678318178906344131546480237420675784498137760336800205498122230-
353675368010587675313178007613310409033915829070038954051402592682464313456575568059220-
870617974413434576207889586620127970628216302933626256098521411354887792001292183442992-
713495148114132503886863918215495594135709356606956839123128764710024555788150700996403-
565715489148120536193763080771965908774932176687575396177970047279872390682064853333317-
876735441961126812962435306711447931900024658102394948060723874376192992074534577072409-
014967177579881003203603844597465838672089245254647844940297347907582162840968570311034-
735702558885041591735458587806321821681468362558269818765491115492370357335209916816201-
371799888087838643560301629784058060474468807601318274763626318805269627924736976096596-
143438889750807217089885706589537704845033995010990501704030485978413906693471823056058-
978361765766540875857780152353408191351286387079162446133333449551836073470193445248355-
929280369763149422632438606998644721208347829355596847775887472079459339376004377441766-
456024133954622699343314552862743421422371195589467507811224974076666505100447335985294-
698743481536277956472985989379142059927665547319180436047661445150971635633321070664576-
769828503372420176381854082122911693446785358685649432354200798985200344829230769191651-
462987929262619681734042999411805817382627750320836574960607564939935193713317938773219-
968529378875643297709581094705710775087337340048430356133329809307844513305130536419451-
502785240472800606103546718110003429303529906499494710047912237804449249468874525861083-
507010580349374701040030853685622848919878449929399851433751531600860218882532874416607-

559293184652366518405285172427184628927098560354782726363212597594770953634441623223718-
002326825766680241421852081609630303146486257064001699198422370576720335824455462285774-
244510694123015266718544479682986587917276656888581776216242287865231580329129808038591-
901952458108582886799850458913868870897316226399785695207697594428075479862155444063290-
069933763160519758353807284083073393027087794549513007736792112216429208439255374096196-
594904127869096362714022294184973891594248800061126654310668508809992868539099319923967-
900644358223292981012168404390789699692226974532812736740726705001655775124973620097345-
182072524359145885905902176218784092650852667171197480014612236259464872765843116006356-
086890067690233029982695875207293003626204223274745661069509440757588454169313726480937-
365021254534348209980346959715427124799927823882402396681319310222085719304648072632850-
848476903201378748718641877578017549246728454975911731380323992109244157781903593878554-
206064360914649409887207646362198718570717717828555745157055499606109945049294448554426-
277452184000492947923939681133667684299336442600353596074034145457666334331793961275462-
039007627213995452036177297272181745363958253145746378713674914362798861912370616204547-
29560509949826892527014246817554188593645523039199630491400433777568355347422130367905-
347350273778348426228428661469096462827715531661223661982922965385873663654906808552645-
899234048209365933126670575275802344829577289518161114817548328708323260137171887381537-
431438495763162872013412530729081800855631613767906611199235441691313536959306225969842-
073218977525206805089010503086744773911802531262458736383818632981454415888931500276959-
485335571617401643867802454518073083747981689243228707691363505519248801525470729484403-
981839727724581325054279894580924153424034980721591117713459481711920188146374609735437-
708789726381086002375802532851460036051245029267075777395041069203162249819292562906665-
858423018853205286078794806182035956253492598017769414680713839600943488472976928157795-
083131569856681065970354607231916440790023121971921063643253016992146934353541385065323-
232732416348528363830204550297901450028349760279586033397868154314810686464782535307316-
558683744949764451407817579353350266047245126257588496377047460395161491865670240157744-
681698896845740056269336891214367946547516678622720499862708909236488801029242763320063-
716880338723047179151798172058591124245575791489778944441792552360399198799743162085797-
046492087284331547315234891707663583637345058339250844352208626075065211002042402852548-
997696224231894476584104305252983051191993222219055741828524094252377925581703037152893-
534072425401720375934887581730991828290325117506555789230837583134473210547294260194982-
981519860912595954338191835720992308863630223835283759255205519300777881534867285454592-
827828524635031096077880648051886971133695126113929662229558732819097600207625824039727-
287689715234382974010185765739372284191513142959236853288627452308543337638644049025803-
544103510682270633218110911954688572494588187241971009790086275999731836282822129696754-
560584484503250841012506831605558863012659137903462449958732525188618380900088050894054-
336066355791119374965827906274864842151882268850621297248101428312054900533583216944631-
861626122510082082948769552584815342128083661652190772424146024625009231163820015068672-
195579312189548651487591345437813757441652233825016579370483546749025026486091835624885-
580729107206394743120989443742596397946986532657361050227492526944826103918996197813637-
871176060238382090946566765838399045073749749808967900477565685204163145349767202254049-
653445701731797224580931130144436315966907705090169035658090259875036956158416441744243-
312411242984767762396522602585962208859553456575846443674057782808449981261908954983951-

241759741750720901581884722817504304011957451395096673818414859842065409004696774034910-
989296144854435347841078251745452006945321505252144488702316190501513830181678900460652-
350667910123747817179595199448298133111092763397754128341727910605738631687254741174818-
938185397265747241023428269259507279848899947471545624758647042443827788368058218482353-
059553351031334052948678233923611265188514815847760674821423091793105863195928814686758-
05525221889123989987291845992009434816751078729384625585946379213282556349209111784765-
585513963392672067482816675816148726191451616109993128144202270947196734756325239342116-
3980422187629714006667880222543439167722249745636809921005746495321202188903803577906-
35243503095503113586051921000096429393851172745952195233923392705678930770254703614031-
284247755908869936042351444220330809526622875759687333022773524409808010139864309440742-
959573871139136757554471953331334210601691836581561512232181968283688303595304806580127-
957658352776138794312115393827933609169842487504264473663281726407649263108598740651157-
004974028306421874750795807471186826306536812676670443101928784277023495868312680188902-
657537598464346340680898309628212690416877722215220998384103431558545741696921375810425-
244068049779635269388838985483810164644660154215985355314002191072183826834150364933111-
897635872101794281442659843078223862815197818268234905934105962017289199664484509856851-
152571711407743981226634242648977077907262917821596746791845983552190964269137238998329-
643786140886276001669253224411999982885770258107926328516172422268014598700031525640631-
831572340465999499823727743735860504191303731231297014779022116064905047114454872899622-
206489234599826586396527361043001377631008159467400941115054484174699217894418780239782-
235806818592944425795290352264590391125194923239175238385530548831490448132830741094726-
510683902362032845415826839418541349555518567786339717924798835135652664955428874746390-
983648718792515819928101128208157392563232262477302633131761516279395410942166073603426-
625646415499325446544446176961777704332594383390271844444789452394799668165431710838354-
330928146992254682365088452351788869385112287843823181456202881903316831712389212335081-
399759274071661663025057239285027272228070621787850885932813064277648455682848679143821-
101541212039914926883137872136310878896636524959199119199008454870119285251327665130651-
804384549890620784844376185359563017846179599858006374105565180381545899481534624317844-
751723985534330767110164897570419074886204283713397206165732444080994456501139532278429-
062360406066245098853647796890817370541942635476410064790358844410286416698030928433393-
443054580812155686712547630165646471983057545681310486007294356970946010339692962083822-
345529536929479845583110101772761044789272882353702282977767784472475628083637285522211-
238302142258716171304832579616714576380730275750067721360930755024802985873288300996710-
306520012511247802663572953971030972621318440452569211754191449481858237939682684775978-
773612872283397528785556552026763179520536873281806921512691801956916739368499585097787-
793159558139907584066804051267302837205345820515916808381901347404194035790805655469266-
915458717746760246854670953322534003601061798894466292078923638808668463036694428322306-
765668083083183463695527905277826971584195281646637970491206359844892839142719319905449-
90877953242097627560660086965953228027943911904574111556710003207866128541537659526534-
433644720693557924372174524949026681621804666748959849631509316177047697834230436553358-
221794117442883065683550707156175675900958216772854792043327249515884176885910684201895-
992959230102954603905617347080536152768741025234628356955007416935687697499284404674269-
273900903450394251007734020198396200321509486969046661167494719187483594388945660901502-

```

702635458854894487631762494507095783419963951421682396784816261669772185782256527319198-
823861631271305557334629034454498661142677846406912692925774443168093589891040662164382-
633796893056880442621829353879631634578976963235921629360829143359689543537972247913740-
705649199129434512215215740679036987749974182571013658531964646778847149349261417998963-
482352721226955643820019004829309013880764975124746345794436086485714626451648600805977-
150640117805901595518345893479654988936835717670724884318192070873487543894386331355482-
056111525441696426051948232631043671371143697862965228696298741392391196941449688983054-
241252609515308554575584427185978096863888750824693110432545402994807205717323133405172-
850752190459202667476109943422410241573373698022479735343657354319748496751385763073480-
580501733588812683059007773495903529327965043761106054451600132937952364382837086187036-
444722430119083247598455858244430762446542826629866996492834814026803773449440995522430-
483940980984726305696285237481914071204742568680609586863659745113750653550689592779518-
657849085240184574742028251559922510452901860043524041463658647037742238893434165809470-
292570456284996915545999444251193381030290141746210081563107140516323538818377824184714-
603638972113832527634992708938190408049158080822024750184714344683056026297143611368573-
505838395679122109456872973271435965970527537594370948339800488598801160936453029436583-
361154272047308679704361864035171592217830334405563754399107324217094822176589598259498-
008224368570514159771359032192945865791926395260564056102327277384954281031168496628995-
748840366862999475605310775537492410538380205195556395691185405441171726671783380888809-
158287984772020195607983462468072039597182004808135749286865005313456354446432738488570-
228974748117727243292966261660462321422971309083506870605186292992748767056948987766121-
194450203459009961336049593046347449948501671482126552774921617888757635937891504694776-
592125033239683524380751023399669802982256073198651740183433268427350019466368060803123-
948190531505371279763926080627174597753093877528734523928212855662080469535041635502505-
460927247305777379655740309932171381671180809455637032819530657126587782734561336866134-
042972429630063420853250083346092025567295835389383686792213298721828323324305898736220-
351086101097969171884600798761910714084349876267672453339734177791038756760711

```

Mon 11 May 2015 08:30:13

4. Summary

The real part of M1 is 0.070776039311528803539... . It is important to note that the imaginary part (above displayed as a positive, real constant) is actually -0.684000389437932129182...I .Each part took about 17 hours to calculate, These digits have been checked with a 25,000 digit run, completed on Fri 15 May 2015 11:52:20,; they all were correct! The program for 25,000 digits follows:

```

d = 35; f[x_] = x^(1/x); ClearAll[a, b, h];
h[n_] := Sum[
  StirlingS1[n, k]*Sum[(-j)^(k - j)*Binomial[k, j], {j, 0, k}], {k, 1,
  n}]; h[0] = 1; g =

```

```

2 I/Pi - Sum[-I^(n + 1) h[n]/Pi^(n + 1), {n, 1, d}]; Print[
DateString[]];
Print[T0 = SessionTime[]]; prec = 25000;
Print[N[a = -Re[g] + (1/Pi)^(d + 1)*
  NIntegrate[
    Simplify[Cos[Pi*x]*D[f[x], {x, d + 1}]], {x, 1, Infinity},
    WorkingPrecision -> prec*(105/100),
    PrecisionGoal -> prec*(105/100)], prec];
Print[SessionTime[] - T0, " seconds"];
Print[N[b =
  Im[g] - (1/Pi)^(d + 1)*
  NIntegrate[
    Simplify[Sin[Pi*x]*D[f[x], {x, d + 1}]], {x, 1, Infinity},
    WorkingPrecision -> prec*(105/100),
    PrecisionGoal -> prec*(105/100)], prec];
Print[SessionTime[] - T0, " seconds"]; Print[
  N[Sqrt[a^2 + b^2], prec]]; Print[DateString[]];
Other records follow.

```

Here is the algorithm for the 25,000 digit run:

$$d = 35; f(x) = x^{1/x};$$

$$h(n) := \sum_{k=1}^n S_n^{(k)} \sum_{j=0}^k (-j)^{k-j} \binom{k}{j}; h(0) = 1; g = \frac{2i}{\pi} - \sum_{n=1}^d - \frac{i^{n+1} h(n)}{\pi^{n+1}};$$

$$a = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{d+1} \int_1^\infty \cos(\pi x) \frac{\partial^{d+1} f(x)}{\partial x^{d+1}} dx - \operatorname{Re}(g);$$

$$b = \operatorname{Im}(g) - \left(\frac{1}{\pi}\right)^{d+1} \int_1^\infty \sin(\pi x) \frac{\partial^{d+1} f(x)}{\partial x^{d+1}} dx;$$

$$M1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

A raw mathematica notbook is available with the program and results of the 25,000 digit run at <http://www.marvinrayburns.com/MKB25K1.nb>.

5. Table

Table 1

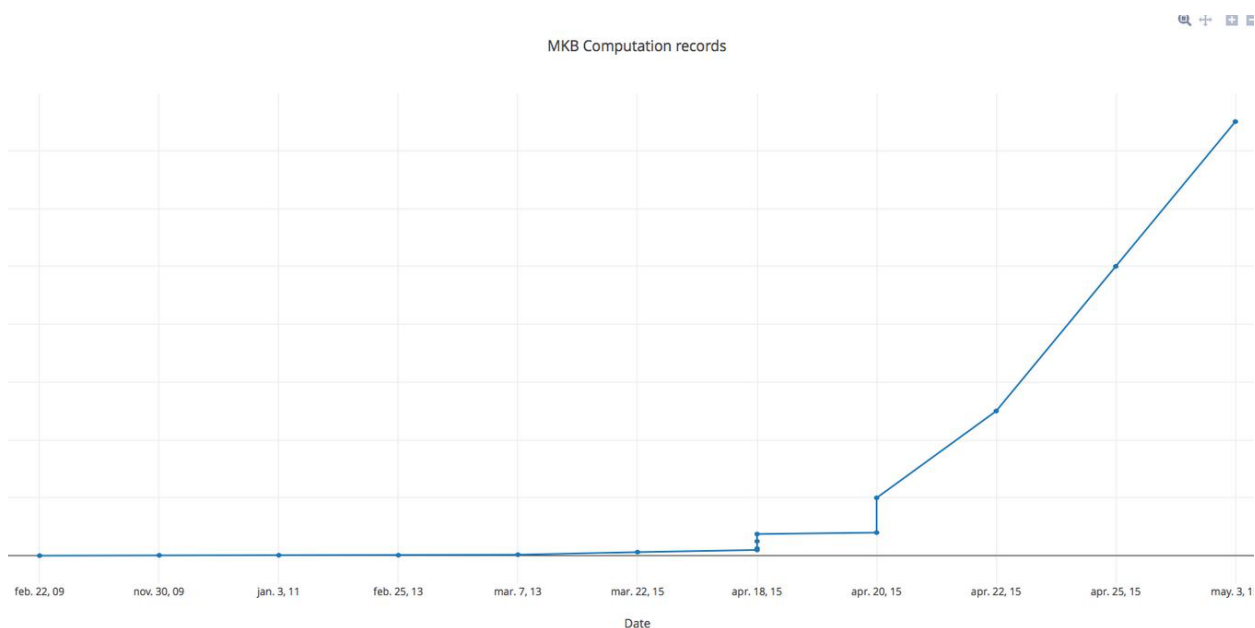
"This table does not reflect all of the work Richard Mathar did on this constant and the number of digits of his records are just an estimate"

Digits	Date	Computed by
3	22-Feb-09	Marvin R. Burns
15	30-Nov-09	R. J. Mathar
18	3-Jan-11	R. J. Mathar
21	25-Feb-13	R. J. Mathar
36	7-Mar-13	Marvin R. Burns
125	22-Mar-15	Marvin R. Burns
200	18-Apr-15	FelisPhasma
250	18-Apr-15	FelisPhasma
500	18-Apr-15	Marvin R. Burns
750	18-Apr-15	Marvin R. Burns
800	20-Apr-15	FelisPhasma
2000	20-Apr-15	Marvin R. Burns
5000	22-Apr-15	Marvin R. Burns
10,000	25-Apr-15	Marvin R. Burns
15,000	3-May-15	Marvin R. Burns
20,000	11-May-15	Marvin R. Burns

These records make for the following graph, drawn by Felis Phasma.

6. Graph

Graph 1



7. Open Questions

We ask two questions: Is there a simpler algorithm that effectively computes 20000 digits of the MKB constant? And can it be done faster? A faster program is presently being tested.

8. References

¹ [http : // arxiv.org/pdf/0912.3844 v3.pdf](http://arxiv.org/pdf/0912.3844_v3.pdf)

²

<https://reference.wolfram.com/language/ref/AccuracyGoal.html>