

To be extended No! Delete Poulet 1

Bruxelles, 1934 (Fascicule 2)

2655
2656

Paul Poulet, "La Chasse Aux Nombres", Librairie du Sphinx, +

"A Numerical function of the second order" is more
Librairie du « Sphinx »

defined by Lucas (Th des Nos 308) to be
(... des suites d'ordre 2) second order "suites".

$$Y_{n+2} = P Y_{n+1} - Q Y_n$$

With $u_0 = 0, u_1 = 1$ get sequence $u_n(P, Q)$
 $v_0 = 2, v_1 = P$ " " $v_n(P, Q)$

Let $\Delta = P^2 - 4Q$ $\delta = \sqrt{P^2 - 4Q}$

Tables

p 38 $u_n(1, 2)$ or $v_n(1, 2)$ ← generate yourself

thus:	n	0	1	2	3	4	5	6	
	u_n	0	1	1	-1	-3	-1	5	≠ 1607
	v_n	2	1	-3	-5	...			new

p 41 $u_n(3, 6)$ $v_n(3, 6)$ actually $u_n/3 E(\frac{n}{2})$

	u_n	0	1	1	-1	-5	-3	1	7	19	
	v_n	2	3	-1	-3	-7	-1	11	13	17	$v_n/3 E(\frac{n+1}{2})$

$i u_n/3 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor ??$

p 43 $(1, 3)$ u_n or v_n

	u_n	0	1	1	-2	-5	1	16	13	-35	...
	v_n	2	1	-5	-8	7	31	10	-83	...	

p 45 $(2, 3)$

	u_n	0	1	2	1	-4	-11	-10	13
	v_n	2	2	-2	-10	-14	2	46	...

p47 (2, 6)

$$u_n / 2^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} : 0 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -4 \quad -5 \quad 7 \quad 29 \quad 8 \quad -71 \dots$$

$$v_n / 2^{\lfloor \frac{n+2}{2} \rfloor} : 1 \quad 1 \quad -2 \quad -7 \quad -1 \quad 19 \quad 22 \quad -13 \quad -79 \quad -119 \dots$$

p48 (5, 15)

$$u_n / 5^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} : 0 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad -1 \quad -11 \quad -8 \quad -7 \dots$$

$$v_n / 5^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} : 2 \quad 1 \quad -1 \quad -4 \quad -17 \quad -5 \quad 26 \quad 41 \dots$$

p50 (2, -2)

$$u_n / 2^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} : 0, 1, 1, 3, 4, 11, 30, \dots$$

$$v_n / 2^{\lfloor \frac{n+2}{2} \rfloor} : 1, 1, 2, 5, 7, 19, 26, 71, 97 \dots \quad (\text{nice})$$

Fourth order series

$$U(a, b, c) \quad V(a, b, c)$$

$$U_0 = u_0 u'_0 = 0$$

$$V_0 = v_0 v'_0 = 4$$

$$U_1 = u_1 u'_1 = 1$$

$$V_1 = \quad = a$$

$$U_2 = u_2 u'_2 = pp' = a$$

$$V_2 = \quad = a^2 - 2b$$

$$U_3 = u_3 u'_3 = a^2 - b - c$$

$$V_3 = a^3 - 3ab + 3ac$$

Multiply together $(p, q) \otimes (p', q')$ to get

$$u_i = u_i u'_i \quad v_i = v_i v'_i$$

$$\text{ie } U(abc) \quad V(abc)$$

where $a = pp'$, $b = p^2 q' + p'^2 q - 2qq'$

$$pp'qq' = x \quad q^2 q'^2 = y$$

$$x/a = c$$

p94

Suite $(1, -1, \pm 1)$ $S = -3, R = 13$

Aux series $w^2 - 14w - 3 = 0$

n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n	0	1	1	3	3	4	3	1
v_n	4	1	3	1	-1	-4	-9	-13

} extend

$$\begin{cases} V_n = 2u_{n+1} - 9u_n + 2c u_{n-1} \\ 5u_n = 2v_{n+1} - a v_n + 2c v_{n-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{i.e. } 2u_{n+1} = v_n + a u_n - 2c u_{n-1} \\ 2v_{n+1} = 5u_n + a v_n + 2c v_{n-1} \\ (S = a^2 - 4b + 8c) \end{cases}$$

p97

$(1, 0, -1)$ $R = 8$ $S = -7$ $w^2 - 10w - 7 = 0$

0	1	1	2	1	-1	-4	-7	-7	-2	9
4	1	1	-2	-7	-9	-8	1	17	34	41

p100

$(1, -1, 1)$ $R = 3, S = 13, w^2 + 2w + 13 = 0$

0	1	1	1	3	4	7	13	21	37	...
4	1	3	7	7	16	27	43	79	133	...

p101 $(1, 1, -1)$ $R = 5$ $S = -11$ $w^2 - 6w - 11 = 0$

0	1	1	1	-1	-4	-5	-1	9	19	...
4	1	-1	-5	-9	4	11	29	31	-5	...

$$p104 (2, -2, -2) \quad R=68, \quad S=-4$$

$$u_n / 2^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} : \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 4 \quad 4 \quad 9 \quad 8 \quad 13 \quad 8 \quad \dots$$

$$v_n / 2^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} \quad 4 \quad 1 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \quad -1 \quad -8 \quad -13 \quad -34 \dots$$

$$p106 (1, 5, 1) \quad R=45 \quad S=-11$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 1 & 1 & -5 & -9 & 16 & 55 & -29 & -279 & -95 \dots \\ 4 & 1 & -9 & -11 & 31 & 76 & -81 & -419 & 31 \dots \end{array}$$

$$p107 (1, 2, 2) \quad R=28 \quad S=9 \quad w^2 + 22w + 9 = 0$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 1 & 1 & -3 & -3 & 1 & -3 & 1 & 21 & 9 \dots \\ 4 & 1 & -3 & 1 & -7 & -19 & 9 & 29 & 1 & 37 & 57 \dots \end{array}$$

- extend all these -

Note Title for this volume is
Les Suites Primogènes

and for the chapters

Les suites primogènes d'ordre 2, d'ordre 4, ...

- this should be your name.

I used Primogenitive seqs for 2655-6

Suites primogènes d'ordre supérieur
 - d'ordre 8 et 16

p 154	U_n	} x 20x
p 155	V_n	

Poulet

INTRODUCTION.

L'idée première des recherches que j'offre aujourd'hui au public m'est venue de la considération des termes de la suite de Fermat ($2^n - 1$). On sait combien la factorisation de ces nombres est facilitée par ce fait que tous leurs facteurs propres sont de forme $kn + 1$. Mais une semblable propriété est-elle si rare qu'elle ne puisse se rencontrer que dans les termes de cette suite? Non, puisque les suites de 2^e ordre, étudiées par Lucas, jouissent de propriétés analogues; bien mieux, certaines d'entre elles, la suite de Fibonacci par exemple, croissant moins vite, se prêtent au calcul sur un intervalle plus considérable.

L'idéal serait évidemment de découvrir des suites à croissance de moins en moins élevée, se rapprochant de celle de la suite naturelle des nombres, dans lesquelles finiraient par se caser la plus grande partie des entiers, en sorte que les méthodes employées pour les termes des suites de Fermat trouveraient un champ d'application beaucoup plus étendu et des circonstances de plus en plus favorables.

C'est dans cet espoir que je me suis mis en route il y a une vingtaine d'années. Mais on ne découvre jamais qu'une faible part de ce que l'on recherche. En face d'un programme exagérément ambitieux, le butin que le lecteur trouvera ici pourra paraître mince. Cependant, il y apprendra le moyen de former des suites dont certaines ont pu être factorisées, sans effort excessif, jusqu'au 300^e terme et davantage, et qui permettent de caractériser, pour ainsi dire sans calcul, des premiers de 9 à 10 chiffres. Si l'on voulait pousser l'étude desdites suites jusqu'aux limites actuellement atteintes par les calculateurs de la suite de Fermat, on se trouverait devant une impressionnante récolte de nombres premiers. Nulle méthode n'est actuellement capable de fournir aussi facilement de grands nombres premiers; c'est pourquoi j'ai donné aux suites en question l'appellation de *primogènes*.

Par ailleurs, le domaine dans lequel j'ai été amené à pénétrer en côtoie beaucoup d'autres; si je ne me trompe, algébristes comme arithméticiens pourront y faire bonne chasse. Je ne me range ni parmi les uns ni parmi les autres; je ne suis qu'un calculateur; je prie donc le lecteur de me pardonner l'insuffisante rigueur de mes démonstrations que, par ailleurs,

Boulet 7

Please enter 2

Suite $-z^3 - z^1 + 2z^2 - z^2 - z + 1 = 0$
 CALCUL DE U_n

U_n	$u_n (p_2, -1)$	$u_n (p_3, -1)$	$U_n (a, b, c)$	U_n
	0	0	0	0
	1	1	1	1
	p_2	p_3	a	1
0875279	3,0436056003931	1,8120332570533	0,6986388429467	-1
0875279	$p_2 \times 4,0436056003931$	$p_3 \times 2,8120332570533$	$a \times 2,3831668979724$	-37
48894	11,30714065111	4,02549778171	2,53143926831	-79
59859	$p_2 \times 15,35074625150$	$p_3 \times 6,90753103876$	$a \times 4,51900210183$	281
6037	42,67801166083	9,70464270930	7,32397001833	3359
6178	$p_2 \times 58,02875791233$	$p_3 \times 16,61217374806$	$a \times 11,273482229$	5661
9980	161,26590,31415	23,19428026462	16,79810899509	-45311
6158	$p_2 \times 219,29466422648$	$p_3 \times 39,80645401268$	$a \times 29,57817026622$	-320819
5485	609,41771026313	55,51844476808	40,78498359743	-273824
673	$p_2 \times 828,71237448961$	$p_3 \times 95,324898781$	$a \times 72,48120523493$	5978275
118	2302,97805688311	132,92543280268	102,34660050381	30439553
555	$p_2 \times 3131,6913343727$	$p_3 \times 228,250331583$	$a \times 177,68682668573$	-9213737
579	8702,920699503	318,27229298004	253,36361099524	-719524811
0004	$p_2 \times 11834,612243875$	$p_3 \times 546,522624563$	$a \times 410,45130452890$	-2714115501
				5008636187
				81197252233

2
0
1
2

see 2655 (ignore signs as always)

-134-

CALCUL DE V_n

V_n	$v_n (p_2, -1)$	$v_n (p_3, -1)$	$v_n (a, b, c)$	V_n
	2	2	4	32
	p_2	p_3	a	1
75279	4,0436056003931	2,8120332570533	2,5834668979724	-37
75279	$p_2 \times 5,04360560039$	$p_3 \times 3,8120332570533$	$a \times 6,46829495301$	-281
14224	14,3507462515304	5,9075310387738	4,3637029906420	-153
612	$p_2 \times 19,39435185189$	$p_3 \times 9,71955429581$	$a \times 11,67049873132$	4061
931	53,98515231194	13,80014049101	16,03920591217	21275
681	$p_2 \times 73,37950416383$	$p_3 \times 23,51970478682$	$a \times 24,26009864352$	-2743
601865	203,9439129756135	32,8989229740759	39,0696765702609	-479441
2336	$p_2 \times 277,32342214721$	$p_3 \times 56,41862776074$	$a \times 64,90519599427$	-1790813
1495	770,68361657728	78,71272503270	91,09515113245	2891143
6831	$p_2 \times 1048,00703872099$	$p_3 \times 135,13135279344$	$a \times 163,33376739247$	52892192
1603	2912,39667011624	188,44387757076	227,27719945640	145938491
1224	$p_2 \times 3960,40376886723$	$p_3 \times 323,57523036420$	$a \times 397,30945431718$	-569506517
9937	11005,89986939270	451,19772578081	566,81698455244	-5620496877
8709	$p_2 \times 14966,30357825093$	$p_3 \times 774,77295614504$	$a \times 982,91265140229$	-10631770531
832270	$p_2 \times 41591,1216793251672$	1080,3391328541758	1397,0514012172149	84494863903
				568882296569

2
0
1
2

2656

-135-